

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

Институт физико-математического образования, информационных и  
обслуживающих технологий  
Кафедра высшей математики и методики преподавания математики

УТВЕРЖДАЮ

Директор института физико-  
математического образования,  
информационных и обслуживающих  
технологий



Горбенко Е.Е.

« 06 » декабря 2023 г.

Приложение к рабочей программе учебной дисциплины

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации  
обучающихся по дисциплине

Практикум по решению задач повышенной сложности по алгебре

По направлению подготовки – 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки – Математика. Экономика

Квалификация выпускника – бакалавр

Форма обучения – очная, заочная

Курс – 5-6 курс (9-10 семестр/16 триместр)

Разработчик

Профессор кафедры ВМ и МПМ,  
Кривко Яна Петровна

Заведующий кафедрой  
высшей математики и методики  
преподавания математики

Кривко Я.П.  
Протокол от «05» декабря 2023 г., № 5

Луганск, 2023

# 1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

## 1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – неотъемлемая часть рабочей программы дисциплины «Практикум по решению задач повышенной сложности по алгебре» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений студентов, освоивших дисциплину.

## 1.2. Цели и задачи фонда оценочных средств

Цель ФОС - установить соответствие уровня подготовки обучающегося требованиям ФГОС ВО бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), утвержденным приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 22 февраля 2018 г. №125

## 1.3. Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения основной образовательной программы

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций и индикаторов их достижения:

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения
Общепрофессиональные	
ПК-2	ПК-2.1
	ПК-2.2
	ПК-2.3

## 1.4. Этапы формирования компетенций и средства оценивания уровня их сформированности

Этапы формирования компетенций	Компетенции	Контрольно-оценочные средства / способ оценивания
Начальные сведения для решений уравнений и неравенств	ПК-2	Выполнение практических заданий
Решение рациональных уравнений и неравенств	ПК-2	Выполнение практических заданий
Координатно-параметрический метод решения уравнений и неравенств	ПК-2	Выполнение практических заданий
Целая и дробная часть числа	ПК-2	Выполнение практических заданий, контрольная работа
Метод математической индукции в алгебре	ПК-2	Выполнение практических заданий
Применение неравенств для решения уравнений и	ПК-2	Выполнение практических заданий

доказательства неравенств		
Функциональные уравнения и задачи на нахождения функций	ПК-2	Выполнение практических заданий
Применение производной для решения уравнений и неравенств	ПК-2	Выполнение практических заданий
Текущая аттестация	ПК-2	Контрольная работа
Итоговая аттестация	ПК-2	Зачет

### 1.5. Описание показателей формирования компетенций

Код компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели)
ПК-2	<p><b>знать:</b> основные типы задач повышенной сложности по алгебре; методы решения задач исследовательского характера.</p> <p><b>уметь:</b> решать задачи исследовательского характера из разных разделов математики; находить оптимальный алгоритм решения задач.</p> <p><b>владеть:</b> навыками обобщения, анализа, восприятия информации; навыками постановки цели и выбора путей ее достижения.</p>

### 1.6. Критерии оценивания компетенций на разных этапах их формирования

Вид текущей учебной работы	Количество баллов	Количество баллов
Конспекты лекций	0	10
Подготовка и выступление на семинарском занятии	40	20
Написание реферата	0	0
Индивидуальное задание	0	0
Модульная контрольная работа	15x2	20x2
Зачёт	30	30
Итого:	100	100

### Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

Четырехбал- льная система	100- балльная	Буквенная шкала, соответствующая 100- балльной шкале	Система оценивания
------------------------------	------------------	---	-----------------------

оценивания экзамена	шкала		зачета
Отлично	90–100	<b>А</b> – отлично – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	Зачтено
Хорошо	83–89	<b>В</b> – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	75–82	<b>С</b> – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	
Удовлетворительно	63–74	<b>Д</b> – удовлетворительно – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетворительно	50–62	<b>Е</b> – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	
Неудовлетворительно	21–49	<b>FX</b> – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов,	Не зачтено

		близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий	
Неудовлетворительно	<b>0–20</b>	<b>Г</b> – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	

## 2. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

### 2.1. Оценочные средства текущего контроля (типовые)

#### Вопросы для проведения контрольной работы:

1. Найдите все пятизначные числа вида, каждое из которых делится на 36.
2. Найдите все пятизначные числа вида, каждое из которых делится на 6 и на 9.
3. Сколькими способами можно рассадить 5 человек за столом?
4. Сколько четырёхзначных чисел можно составить из четырёх карточек с цифрами 0, 5, 7, 9?
5. В шахматном турнире участвует  $k$  человек и каждый с каждым играет по одной партии. Сколько всего партий сыграно в турнире?
6. Решить уравнение  $3x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 4x + 12 = 0$
7. Решите уравнение  $3x^4 - 5x^3 - 30x^2 - 10x + 12 = 0$

8. Доказать равенство

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = n(n+1)(2n+1)/6$$

9. Докажите, что  $5^n - 4n + 15$  делится на 16 при всех  $n \in \mathbb{N}$ .

10. Найдите сумму  $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \dots + 2012 \cdot 2012! + 2013 \cdot 2013!$

#### Практические задания:

1. Преобразовать в произведение:  $1 - 3 \operatorname{tg} 2\alpha$ .
2. Найти период функции  $y = \sin 3x + \cos 5x$ .
3. Решить неравенство:  $\cos 3x > 0$  методом интервалов.

4. Решить неравенство:  $\cos(x-0.75\pi)\cos 2x \sin 4x \geq 0$ .
5. Решить неравенство  $\sin 3x \cos 2x < 0$ .
6. Решить неравенство  $\sin x + \cos x < 1/\sin x$ .

### Вопросы для проведения контрольной работы:

1. Решить уравнение

$$x^5 + x^3 - \sqrt{1-3x} + 4 = 0.$$

2. Решить неравенство  $20x^7 + 28x^5 + 210x - 35 \sin 2x > 0$ .
3. Решить неравенство  $e^x > 1 + x$ .
4. Решить уравнение  $x^2 + 2x + 3 = (x^2 + x + 1)(x^4 + x^2 + 4)$ .
5. Решить уравнение  $\sqrt[4]{x-2} + \sqrt[4]{4-x} = 2$ .
6. Решить уравнение  $3 \cdot 2^{x+2} - 7x = 17$ .

### 2.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации (зачет)

1. Аксиомы действительных чисел.
2. Признаки делимости. Делимость по модулю.
3. Треугольник Паскаля.
4. Множества.
5. Комбинаторика.
6. Метод математической индукции.
7. Бином Ньютона.
8. Теорема Безу.
9. Теорема Виета.
10. Формула Кордана.
11. Дробно-рациональные уравнения. Подбор корней. Метод неопределённых коэффициентов.
12. Разложение на множители.
13. Замена переменного.
14. Выделение полных квадратов.
15. Однородные уравнения. Симметрические и возвратные уравнения.
16. Центральная замена.
17. Параметризация задач.
18. Преобразование одного из уравнений системы. Получение дополнительного уравнения.
19. Симметричные системы.
20. Обобщённая теорема Виета.
21. Однородные системы. Циклические системы.
22. Понятие координатно-параметрической плоскости.

23. Метод частичных областей при решении неравенств и систем неравенств, содержащих параметры.
24. Логарифмические уравнения и неравенства.
25. Показательные уравнения и неравенства.
26. Основные понятия целой и дробной части числа; свойства целой части числа.
27. Утверждения эквивалентные принципу математической индукции (принцип наименьшего элемента, принцип обрыва убывающих цепей, обобщённый принцип индукции) и примеры их использования в различных ситуациях.
28. Основные вспомогательные неравенства, примеры их использования.
29. Функциональные уравнения и задачи на нахождения функций.
30. Применение производной для решения уравнений и неравенств.  
Использование монотонности функции. Использование наибольшего и наименьшего значений функции.
31. Применение теоремы Лагранжа.

## Вопросы (70 на компетенцию).

1. Аксиома Архимеда.
2. Аксиома непрерывности.
3. Доказать, используя аксиомы Пеано, что  $(a+b)+c = a+(b+c)$  для любых натуральных чисел  $a, b, c$ .
4. Доказать, что  $(a+b)c = ac+bc$  для любых натуральных чисел  $a, b, c$ .
5. Используя аксиомы действительных чисел, доказать, что  $0 \cdot a = 0$  для любого действительного числа  $a$ .
6. Используя аксиомы действительных чисел, доказать, что  $1 > 0$ .
7. Используя аксиомы Пеано, доказать, что для любых натуральных чисел справедливы равенства  $1 \cdot a = a$ ,  $ab = ba$ ,  $(ab)c = a(bc)$ .
8. Пользуясь аксиомами действительных чисел, доказать их свойство плотности: для любых  $a, b$ , если  $a < b$ , то существует такое  $x$ , что  $a < x < b$ .
9. Доказать, что для любого действительного числа  $\varepsilon > 0$  существует натуральное число  $n$  такое, что  $\frac{1}{n} < \varepsilon$ .
10. Сравнение двух целых чисел по модулю натурального числа  $m$ .
11. Треугольник Паскаля.
12. Метод математической индукции.
13. Бином Ньютона.
14. Теорема Безу.
15. Теорема Виета.
16. Формула Кордана.
17. Решение рациональных уравнений. Метод неопределённых коэффициентов.
18. Простейшие дроби первого и второго типа.
19. Простейшие дроби третьего и четвертого типа.
20. Однородные уравнения.
21. Симметрические уравнения.
22. Возвратные уравнения
23. Обобщённая теорема Виета.
24. Основные понятия целой и дробной части числа.
25. Свойства целой части числа.
26. Свойства дробной части числа.
27. Утверждения эквивалентные принципу математической индукции
28. Принцип наименьшего элемента.
29. Принцип обрыва убывающих цепей.
30. Основные вспомогательные неравенства.
31. Что называют антье?
32. Что называют мантиссой?
33. Функциональное уравнение.
34. Уравнения Коши.
35. Функциональное уравнение линейной однородной функции



36. Функциональное уравнение показательной функции

37. Признак делимости на 2.

38. Признак делимости на 3.

39. Признак делимости на 4.

40. Признак делимости на 5.

41. Признак делимости на 6.

42. Признак делимости на 9.

43. Признак делимости на 10.

44. Признак делимости на 11.

45. Признак делимости на 15.

46. Признак делимости на 25.

47. Определение деления с остатком.

48. В каком виде может быть записано любое чётное число.

49. В каком виде может быть записано любое нечётное число.

50. В каком виде может быть записано любое целое число  $a$ , делящееся нацело на некоторое натуральное число  $k$ .

51. В каком виде может быть записано любое целое число  $a$ , не делящееся нацело на некоторое натуральное число  $k$ .

52. Интервалы монотонности функции  $y=ax+b$ .

53. Интервалы монотонности функции  $y=x^2$ .

54. Интервалы монотонности функции  $y=x^3$ .

55. Интервалы монотонности функции  $y=1/x$ .

56. Интервалы монотонности функции  $y=\sqrt{x}$ .

57. Интервалы монотонности функции  $y=x^a$  при  $a>0$

58. Интервалы монотонности функции  $y=x^a$  при  $a<0$

59. Интервалы монотонности функции  $y=a^x$ .

60. Интервалы монотонности функции  $y=\ln(x)$ .

61. Интервалы монотонности функции  $y=\sin(x)$ .

62. Интервалы монотонности функции  $y=\cos(x)$ .

63. Интервалы монотонности функции  $y=\operatorname{tg}(x)$ .

64. Интервалы монотонности функции  $y=\operatorname{ctg}(x)$ .

65. Что такое НОД?

66. Что такое НОК?

67. Какие числа называют взаимно простыми?

68. Формулировка основной теоремы арифметики.

69. Теорема о минимальном элементе и теорема о делении с остатком в множестве натуральных чисел.

70. Алгоритм Евклида для нахождения НОДа.