

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

Институт физико-математического образования, информационных и
обслуживающих технологий

Кафедра высшей математики и методики преподавания математики

УТВЕРЖДАЮ

Директор института физико-
математического образования,
информационных и обслуживающих
технологий



Горбенко Е.Е.

« 06 » декабря 2023 г.

Приложение к рабочей программе учебной дисциплины

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
обучающихся по дисциплине
Общая алгебра и теория чисел

По направлению подготовки – 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки – Математика. Экономика

Квалификация выпускника – бакалавр

Форма обучения – очная, заочная

Курс – 1-4 курс (1-4 семестр/4-10 триместр)

Разработчик

Профессор кафедры ВМ и МПМ,
Кривко Яна Петровна

Заведующий кафедрой
высшей математики и методики
преподавания математики

Кривко Я.П.
Протокол от «05» декабря 2023 г., № 5

Луганск, 2023

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – неотъемлемая часть рабочей программы дисциплины «Общая алгебра и теория чисел» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений студентов, освоивших дисциплину.

1.2. Цели и задачи фонда оценочных средств

Цель ФОС - установить соответствие уровня подготовки обучающегося требованиям ФГОС ВО бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), утвержденным приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 22 февраля 2018 г. №125

1.3. Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения основной образовательной программы

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций и индикаторов их достижения:

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения
Общепрофессиональные	
ОПК-8	ОПК-8.1 ОПК-8.2 ОПК-8.3

1.4. Этапы формирования компетенций и средства оценивания уровня их сформированности

Этапы формирования компетенций	Компетенции	Контрольно-оценочные средства / способ оценивания
Элементы общей алгебры	ОПК-8	Опрос, выполнение практических заданий, конспект, контрольная работа
Арифметика натуральных и целых чисел.	ОПК-8	Опрос, выполнение практических заданий, конспект, контрольная работа
Основные алгебраические структуры и системы.	ОПК-8	Опрос, выполнение практических заданий, конспект, контрольная работа
Основные числовые системы.	ОПК-8	Опрос, выполнение практических заданий
Полиномы. Операции над полиномами.	ОПК-8	Опрос, выполнение практических заданий, конспект, контрольная работа
Теория сравнений и вычетов.	ОПК-8	Опрос, выполнение практических заданий, конспект

Текущая аттестация	ОПК-8	Контрольная работа
Промежуточная аттестация	ОПК-8	Экзамен

1.5. Описание показателей формирования компетенций

Код компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели)
ОПК-8	<p>знать: технологии мотивации учебно-исследовательской деятельностью обучающихся; основы алгебраической теории и иметь представление об их роли в математическом образовании.</p> <p>уметь: производить отбор математического аппарата, наиболее эффективного для решения исследовательских задач; интерпретировать формальные алгебраические структуры; применять знания алгебраической теории в описании процессов и явлений в различных областях знания; использовать алгоритмические приемы решения стандартных задач и задач научно-исследовательского характера.</p> <p>владеть: навыками формализации внутри математических и прикладных задач; материалом дисциплины на уровне, позволяющем формулировать и решать задачи, возникающие в ходе практической и исследовательской деятельности и требующие углубленных профессиональных знаний.</p>

1.6. Критерии оценивания компетенций на разных этапах их формирования

Вид текущей учебной работы	Количество баллов(ДФО)	Количество баллов(ЗФО)
1 семестр(4 триместр)		
Конспекты лекций	10	0
Подготовка и выступление на семинарском занятии	20	10
Модульная контрольная работа	30	15
Экзамен	40	0
Итого за семестр:	100	25
2 семестр(5 триместр)		
Конспекты лекций	10	0
Подготовка и выступление на семинарском занятии	30	10
Модульная контрольная работа	30	15

Экзамен	30	0
Итого за семестр:	100	25
3 семестр(6 триместр)		
Конспекты лекций	5	0
Подготовка и выступление на семинарском занятии	15	10
Написание реферата	0	0
Модульная контрольная работа	15	10
Экзамен	0	30
Итого за семестр:	35	50
Итого		100
4 семестр(7 триместр)		
Конспекты лекций	5	10
Подготовка и выступление на семинарском занятии	15	20
Модульная контрольная работа	15	20
Экзамен	30	50
Итого за семестр:	65	100
Итого	100	100
8 триместр		
Конспекты лекций	0	5
Подготовка и выступление на семинарском занятии	0	10
Написание реферата	0	0
Модульная контрольная работа	0	10
Экзамен	0	0
Итого за семестр:	0	25
9 триместр		
Конспекты лекций	0	5
Подготовка и выступление на семинарском занятии	0	10
Модульная контрольная работа	0	10
Экзамен	0	0
Итого за семестр:	0	25
10 триместр		
Конспекты лекций	0	0
Подготовка и выступление на семинарском занятии	0	10
Модульная контрольная работа	0	10
Экзамен	0	30
Итого за семестр:	0	50
Итого	0	100

Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

Четырехбал- льная система оценивания экзамена	100- балльная шкала	Буквенная шкала, соответствующая 100- балльной шкале	Система оценивания зачета
Отлично	90–100	А – отлично – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	Зачтено
Хорошо	83–89	В – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	75–82	С – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	
Удовлетво- рительно	63–74	Д – удовлетворительно – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетво- рительно	50–62	Е – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	
Неудовлетво- рительно	21–49	FX – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство	Не зачтено

		предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий	
Неудовлетворительно	0–20	F – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	

2. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

2.1. Оценочные средства текущего контроля (типовые)

Вопросы для проведения контрольной работы:

1. Определить, какой алгебраической структурой является множество

$A = \{ 2^n \mid n \in \mathbb{Z} \}$ по операции обычного умножения.

2. Решить сравнения:

$$\begin{aligned} 2x &\equiv 3 \pmod{5}; \\ 3x &\equiv 4 \pmod{7}; \\ 7x &\equiv 10 \pmod{11}; \\ 12x &\equiv 7 \pmod{13}; \\ 7x &\equiv 11 \pmod{15}; \\ 5x &\equiv 3 \pmod{17}; \\ 3x &\equiv 5 \pmod{11}; \\ 9x &\equiv 2 \pmod{14}; \end{aligned}$$

3. Решить системы сравнений:

$$\begin{cases} x \equiv 3 \pmod{11}, \\ x \equiv 5 \pmod{7}; \end{cases}$$
$$\begin{cases} x \equiv 6 \pmod{7}, \\ x \equiv 2 \pmod{13}; \end{cases}$$
$$\begin{cases} x \equiv 3 \pmod{17}, \\ 3x \equiv 6 \pmod{9}; \end{cases}$$
$$\begin{cases} x \equiv 7 \pmod{11}, \\ x \equiv 3 \pmod{10}, \\ x \equiv 2 \pmod{3}; \end{cases}$$

4. На множестве $A = \{1, 2, 3, 4\}$ задано бинарное отношение α . Какими свойствами оно обладает: $\alpha = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 4, 1 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle \}$?

5. Решить квадратное уравнение в комплексных числах:

$$z^2 + z + 1 = 0;$$

$$z^2 - (3 + 2i)z + 6i = 0.$$

6. Докажите, что не существует многочлена $P(x)$ с целыми коэффициентами, для которого одновременно выполняются условия: $P(6) = 5$ и $P(14) = 9$.

7. Дан многочлен с целыми коэффициентами. В трёх целых точках он принимает значение два. Доказать, что ни в какой целой точке он не принимает значение три.

8. Какой остаток даёт $x + x^3 + x^9 + x^{27} + x^{81} + x^{243}$ при делении на $(x - 1)$?

Практические задания:

1. Известно, что остаток от деления полинома $P(x)$ на $x-1$ равен 2, от деления $P(x)$ на $x-3$ равен 1.

Найдите остаток от деления $P(x)$ на x^2-4x+3 .

2. Определить, будет ли полином $P(x)=x^{2004}+x^4-1004x^2+1002$ делиться на $(x-1)^2$.
3. Известно, что уравнение $x^4+(a^2-4)x^3-4x^2+a=0$ имеет 4 вещественных корня, сумма которых равна 0. Найти a .
4. Охарактеризовать число вещественных корней полинома с вещественными коэффициентами по знаку дискриминанта для полинома третьей степени.
5. Найдите многочлен $p(x)$ четвертой степени со старшим коэффициентом единицей, у которого число -2 является корнем кратности 3, а остаток от деления $p(x)$ на $x-3$ равен -1 .
6. Решить сравнение $2x \equiv 3 \pmod{5}$.
7. Установить, линейно зависима или нет система векторов $a_1 = (1; 2; 3)$, $a_2 = (1; -2; 3)$, $a_3 = (1; 2; -3)$ в соответствующем арифметическом пространстве над полем Q .
8. Выяснить, какими свойствами обладает бинарная операция « \circ », заданная на множестве действительных чисел правилом:
$$(\forall a, b \in R) a \circ b = (a + b)/2.$$

Вопросы для проведения опроса:

1. Теоретико-множественное и аксиоматическое построение натуральных чисел.
2. Метод математической индукции.
3. Делимость целых чисел и ее свойства.
4. Теорема о делении с остатком.
5. Алгоритм Евклида и запись НОД в виде целочисленной линейной комбинации.
6. Взаимно простые числа, критерий взаимной простоты.
7. Единственность разложения на простые множители, непрерывные дроби и их связь с алгоритмом Евклида.
8. Функции $[x]$ и $\{x\}$.
9. Функция Мёбиуса.
10. Функция Эйлера.

2.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации (Экзамен)

1. Множество. Элемент множества. Пустое множество.
2. Принадлежность к множеству. Подмножество. Равенство множеств.
3. Основные свойства операций над множествами.
4. Декартово произведение множеств.
5. Основные свойства бинарных отношений: рефлексивность, транзитивность, симметричность, антисимметричность.
6. Основные виды бинарных отношений. Отношение эквивалентности. Класс эквивалентности. Теорема о классах эквивалентности.
7. Отображения. Образ и прообраз отображения.
8. Основные виды отображений: инъективные, сюръективные, биективные.
9. Обратное отображение. Критерий обратимости отображения. Свойства обратимых отображений.
10. Метод математической индукции.
11. Делимость целых чисел и ее свойства. Теорема о делении с остатком.
12. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида и запись НОД в виде целочисленной линейной комбинации.
13. Взаимно простые числа, критерий взаимной простоты. Наименьшее общее кратное.
14. Основная теорема арифметики.
15. Алгебраическая операция. Основные свойства алгебраических операций.
16. Группоид. Полугруппа. Моноид.
17. Правый и левый нейтральный элемент. Правый и левый обратный элемент.
18. Группа. Аддитивные и мультипликативные группы. Коммутативные группы.
19. Существование и единственность нейтрального элемента в группе. Существование и единственность обратного элемента в группе.
20. Подгруппа. Критерий подгруппы.
21. Конечные группы. Теорема Лагранжа.
22. Циклические группы.
23. Алгебраическая форма комплексного числа. Сложение, произведение и деление комплексных чисел в алгебраической форме. Сопряженные комплексные числа.
24. Модуль комплексного числа. Комплексная плоскость.
25. Тригонометрическая форма комплексного числа. Аргумент комплексного числа и формулы нахождения аргумента комплексного числа.

26. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме.

27. Формула Муавра. Извлечение корней из комплексного числа в тригонометрической форме.

28. Полиномы от одного неизвестного над полями действительных и комплексных чисел.

29. Степень полинома. Равенство полиномов. Сложение и произведение полиномов.

30. Деление полиномов с остатком. Теорема о делении многочлена на многочлен с остатком.

31. Делители полиномов. Основные свойства делимости полиномов.

32. Наибольший общий делитель двух полиномов. Алгоритм Евклида. Взаимно простые полиномы.

33. Теорема о наибольшем общем делителе многочленов. Следствие о взаимно простых полиномах. Теоремы о взаимно простых полиномах.

34. Корни полиномов. Теорема Безу. Следствие из теоремы Безу.

35. Схема Горнера. Кратные корни. Теорема о кратных корнях.

36. Основная теорема. Следствия из основной теоремы. Формулы Виета.

37. Алгебра полиномов над произвольным полем. Кольцо полиномов от одного неизвестного.

38. Разложение полиномов на неприводимые множители. Каноническое разложение многочлена над полями комплексных и вещественных чисел.

39. Полиномы от нескольких неизвестных. Приводимость многочленов над полем рациональных чисел.

40. Лемма Гаусса о примитивных полиномах.

41. Критерий Эйзенштейна. Рациональные корни целочисленных полиномов.

42. Теорема Штурма. Другие теоремы о действительных корнях.

43. Модулярная арифметика. Группа вычетов.

44. Сравнения по натуральному модулю. Признаки делимости. Системы вычетов.

45. Кольца вычетов по целому и простому модулю. Поле вычетов по простому модулю.

46. Конечные и бесконечные группы. Группа обратимых элементов в кольце вычетов.

47. Индексы: определения и свойства.

48. Фактор-группа. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп. Свойства гомоморфизмов и изоморфизмов групп.

49. Ядро и образ гомоморфизма.

50. Кольца и тела. Свойства колец и тел. Делители нуля.

- 51. Поля. Свойства полей. Характеристика поля.
- 52. Поле вычетов. Расширения полей.
- 53. Теоремы Эйлера и Ферма.
- 54. Обратимые классы вычетов. Конечные поля.
- 55. Общие свойства сравнения. Поле алгебраических чисел.
Существование трансцендентных чисел.
- 56. Иррациональность и трансцендентность чисел e и π .
- 57. Теорема Дирихле.

Вопросы (70 на компетенцию).

1. Дать определения понятия «множество».
2. Дать определения понятия «подмножество».
3. Какие множества называются равными?
4. Что называется мощностью множества?
5. Чему равна мощность пустого множества?
6. Назвать основные свойства бинарных отношений.
7. Что называется образом отображения?
8. Что называется прообразом отображения?
9. Какое отображение называют инъективным?
10. Какое отображение называют сюръективным?
11. Какое отображение называют биективным?
12. В чем заключается метод математической индукции?
13. Что такое НОД?
14. Что такое НОК?
15. Какие числа называют взаимно простыми?
16. Формулировка основной теоремы арифметики.
17. Дать определение такой алгебраической структуре как группа?
18. Дать определение такой алгебраической структуре как полугруппа?
19. Дать определение такой алгебраической структуре как моноид?
20. Какой элемент в алгебре называют нейтральным?
21. Какой элемент в алгебре называют обратным?
22. Какова алгебраическая форма комплексного числа?
23. Чему равно произведение двух сопряженных комплексных чисел?
24. Чему равен модуль комплексного числа?
25. Какова тригонометрическая форма комплексного числа?
26. Что является аргументом комплексного числа?
27. При помощи какой формулы извлекают корень из комплексного числа?
28. Дать определения понятия «полином».
29. Условия равенства полиномов.
30. Теорема Безу.
31. Схема Горнера.
32. Какие корни называют кратными?
33. Теорема Виета.
34. Дать определение бинарного отношения.
35. Дать определение отношения эквивалентности и привести примеры.
36. Операции над множествами и их свойства.

- 37.Связь алгебры высказываний и алгебры множеств.
- 38.Аксиомы натурального ряда.
- 39.Метод доказательства на основании принципа математической индукции.
- 40.Отношения порядка и делимости в множестве натуральных чисел и их свойства.
- 41.Теорема о минимальном элементе и теорема о делении с остатком в множестве натуральных чисел.
- 42.Алгоритм Евклида для нахождения НОДа.
- 43.Понятие простого числа. Бесконечность множества простых чисел.
- 44.Критерий простого числа.
- 45.Теорема об однозначном разложении чисел на простые сомножители.
- 46.Понятие целого числа.
- 47.Отношения равенства и порядка и операции с целыми числами, их свойства.
- 48.Поле рациональных чисел \mathbb{Q} .
- 49.Представление рационального числа несократимой дробью.
- 50.Извлечение корней из комплексных чисел.
- 51.Операция сопряжения в поле комплексных чисел, ее свойства.
- 52.Аксиомы и общие свойства групп.
- 53.Единственность нейтрального и обратного элементов.
- 54.Понятие четности подстановок.
- 55.Теорема о четности.
- 56.Способы определения четности.
- 57.Определение и общие свойства колец.
- 58.Определение и общие свойства полей.
- 59.Примеры числовых колец и полей.
- 60.Теорема о НОДе для многочленов.
- 61.Алгоритм деления с остатком для нахождения НОДа.
- 62.Понятие неприводимого многочлена.
- 63.Корни многочленов, число корней и их кратность.
- 64.Способы определения кратности корней многочлен.
- 65.Основная теорема о числовых многочленах.
- 66.Интерполяционная формула Лагранжа.
- 67.Какое уравнение называется диафантовым?
- 68.Методы решения линейных сравнений.
- 69.Методы решения систем линейных сравнений.
- 70.Свойства сравнений по модулю.