

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

Институт физико-математического образования, информационных и
обслуживающих технологий

Кафедра высшей математики и методики преподавания математики

УТВЕРЖДАЮ

Директор института физико-
математического образования,
информационных и обслуживающих
технологий



Горбенко Е.Е.

« 06 » декабря 2023 г.

Приложение к рабочей программе учебной дисциплины

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
обучающихся по дисциплине

Основы математического анализа и дифференциальные уравнения

По направлению подготовки – 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя
профилями подготовки)

Профиль подготовки – Математика. Экономика

Квалификация выпускника – бакалавр

Форма обучения – очная, заочная

Курс – 1-4 курс (1-6 семестр/3-12 триместр)

Разработчик

Доцент кафедры ВМ и МПМ,
Жукова Виктория Николаевна

Заведующий кафедрой
высшей математики и методики
преподавания математики

Кривко Я.П.

Протокол от «05» декабря 2023 г., № 5

Луганск, 2023

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1. Область применения

Фонд оценочных средств – неотъемлемая часть рабочей программы дисциплины «Основы математического анализа и дифференциальные уравнения» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений студентов, освоивших программу дисциплины.

1.2. Цель и задачи фонда оценочных средств

Цель ФОС – установить соответствие уровня подготовки обучающегося требованиям ФГОС ВО – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22 февраля 2018 г. №125 (с изменениями и дополнениями).

1.3. Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения основной образовательной программы

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций и индикаторов их достижения:

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения
Профессиональные	
ПК-2. Способен осваивать и применять базовые научно-теоретические знания и практические умения по математике в профессиональной деятельности	ПК.2.1. Способен формировать и реализовывать программы развития универсальных учебных действий по математике
	ПК.2.2. Демонстрирует знание содержания образовательных программ по математике
	ПК.2.3. Способен проектировать образовательные программы различных уровней и элементы образовательных программ в предметной области «Математика»

1.4. Этапы формирования компетенций и средства оценивания уровня их сформированности

Этапы формирования компетенций	Компетенции	Контрольно-оценочные средства / способ оценивания
Раздел 1. Введение. Элементы теории множеств и функций.	ПК-2	Фронтальный опрос по теоретическому материалу; выполнение практических заданий
Раздел 2. Предел и непрерывность функции одной переменной.	ПК-2	Выполнение практических заданий
Раздел 3. Производная и дифференциал функции одной переменной.	ПК-2	Выполнение практических заданий
Раздел 4. Функции нескольких переменных.	ПК-2	Выполнение практических заданий
Раздел 5. Интегральное исчисление	ПК-2	Выполнение практических

функции одной переменной.		заданий
Раздел 6. Кратные и криволинейные интегралы.	ПК-2	Выполнение практических заданий
Раздел 7. Числовые, функциональные и степенные ряды.	ПК-2	Фронтальный опрос по теоретическому материалу, выполнение практических заданий
Раздел 8. Дифференциальные уравнения.	ПК-2	Выполнение практических заданий
Текущая аттестация	ПК-2	Самостоятельная работа
Промежуточная аттестация	ПК-2	Зачет / Экзамен

1.5. Описание показателей формирования компетенций

Код компетенции	Результаты сформированности
ПК-2	<p><i>Знает:</i> основные понятия, определения и свойства объектов математического анализа; формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства; возможные сферы связи утверждений математического анализа и их приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественно-научного содержания; основные понятия математического анализа, представленные в школьном курсе «Алгебра и начала математического анализа»;</p> <p><i>Умеет:</i> доказывать утверждения математического анализа; решать задачи математического анализа; применять полученные навыки в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания; самостоятельно пользоваться справочными пособиями при решении прикладных задач;</p> <p><i>Владеет навыками:</i> применения математического аппарата в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания</p>

1.6. Критерии оценивания компетенций на разных этапах их формирования

Система оценивания учебных достижений студентов очной формы обучения

Вид учебной работы	Количество баллов
1 семестр	
Опрос по теоретическому материалу	14
Выполнение практических заданий	32
Выполнение самостоятельных работ	24
Экзамен	30
Итого за 1 семестр	100
2 семестр	
Опрос по теоретическому материалу	10
Выполнение практических заданий	44
Выполнение самостоятельных работ	16
Экзамен	30
Итого за 2 семестр	100
3 семестр	
Опрос по теоретическому материалу	8

Выполнение практических заданий	40
Выполнение самостоятельных работ	22
Зачетная работа	30
Итого за 3 семестр	100
4 семестр	
Опрос по теоретическому материалу	10
Выполнение практических заданий	45
Выполнение самостоятельных работ	15
Экзамен	30
Итого за 4 семестр	100
5-6 семестр	
Опрос по теоретическому материалу	6
Выполнение практических заданий	48
Выполнение самостоятельных работ	16
Экзамен	30
Итого за 5 семестр	100

**Система оценивания учебных достижений студентов
заочной формы обучения**

Вид учебной работы	Количество баллов
3-4 триместр	
Опрос по теоретическому материалу	10
Выполнение практических заданий	24
Выполнение самостоятельных работ	36
Экзамен	30
Итого за 3-4 триместр	100
5-7 триместр	
Опрос по теоретическому материалу	6
Выполнение практических заданий	24
Выполнение самостоятельных работ	40
Экзамен	30
Итого за 5-7 триместр	100
8 триместр	
Опрос по теоретическому материалу	6
Выполнение практических заданий	24
Выполнение самостоятельных работ	40
Зачетная работа	30
Итого за 8 триместр	100
9-10 триместр	
Опрос по теоретическому материалу	8
Выполнение практических заданий	24
Выполнение самостоятельных работ	38
Экзамен	30
Итого за 9-10 триместр	100
11-12 триместр	
Опрос по теоретическому материалу	6
Выполнение практических заданий	30
Выполнение расчетных заданий	34
Экзамен	30
Итого за 11-12 триместр	100

Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

Четырехбал- льная система оценивания экзамена	100- балльная шкала	Буквенная шкала, соответствующая 100-балльной шкале	Система оценива ния зачета
Отлично	90–100	А – отлично – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	Зачтено
Хорошо	83–89	В – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	75–82	С – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	
Удовлетво- рительно	63–74	Д – удовлетворительно – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетво- рительно	50–62	Е – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	
Неудовлетво- рительно	21–49	FX – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий	Не зачтено
Неудовлетво- рительно	0–20	F – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	

2. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

2.1. Оценочные средства текущего контроля (типовые)

Вопросы для опроса по теоретическому материалу (к разделу 1):

1. Предмет математического анализа и его роль в системе общематематической подготовки.
2. Понятие множества и подмножества. Пустое множество. Множество всех подмножеств множества. Операции над множествами.
3. Эквивалентные множества, счетные и несчетные множества.
4. Ограниченные (сверху, снизу) и неограниченные (сверху, снизу) множества. Наибольший (наименьший) элемент множества.
5. Понятие функций и способы их задания. Элементарные функции. Применение функций в различных областях знаний.
6. Предел числовой последовательности.
7. Предел функции одной переменной. Односторонние и двусторонние пределы.
8. Бесконечно малые (бесконечно большие) величины и их связь с пределами функций.
9. Замечательные пределы.
10. Непрерывность функции в точке и на множестве. Точки разрыва и их классификация. Непрерывность основных элементарных функций.
11. Верхняя (нижняя) грань, глобальный максимум (минимум) функции в ее области определения.
12. Понятие производной функции одной переменной. Геометрическая и физическая интерпретации производной.
13. Понятие дифференцируемой функции. Связь непрерывности и дифференцируемости функции одной переменной.
14. Производные основных элементарных функций. Производная суммы, произведения, частного, сложной и обратной функции. Дифференцирование функций, заданных параметрически.
15. Понятие дифференциала функции одной переменной. Свойства дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала.
16. Производные и дифференциалы высших порядков функции одной переменной и их свойства.

Задания для выполнения самостоятельной работы (к разделу 1):

1. Что такое предел функции $y = f(x)$ при $x \rightarrow x_0$? Дать определение с помощью неравенств. Привести геометрическую иллюстрацию.
2. Дать пример функции $y = f(x)$, имеющей предел при $x \rightarrow x_0$; не имеющей предела при $x \rightarrow x_0$.
3. Что такое предел функции $y = f(x)$ при $x \rightarrow +\infty$? При $x \rightarrow -\infty$? Дать определение с помощью неравенств. Привести геометрическую иллюстрацию.

4. Дать пример функции $y = f(x)$, имеющей предел при $x \rightarrow +\infty$, $x \rightarrow -\infty$; не имеющей предела при $x \rightarrow +\infty$, $x \rightarrow -\infty$.

5. Определить предел последовательности. Привести примеры последовательностей, имеющих и не имеющих пределы.

6. Какая функция $y = f(x)$ называется бесконечно большой величиной при $x \rightarrow x_0$, $x \rightarrow \pm\infty$? Дать определения с помощью неравенств. Привести геометрические иллюстрации.

7. Что означают записи:

$$\begin{array}{lll} \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty & \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty & \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty & \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty & \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty & \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty & ? \end{array}$$

Дать словесные разъяснения и определения с помощью неравенств. Привести геометрические иллюстрации.

8. Дать примеры функций, являющихся бесконечно большими величинами при различных предельных поведениях аргумента.

9. Какая функция называется ограниченной в интервале? При $x \rightarrow x_0$? При $x \rightarrow \pm\infty$?

10. Привести пример неограниченной, но не бесконечно большой величины.

11. Какая функция $y = f(x)$ называется бесконечно малой величиной при $x \rightarrow x_0$, $x \rightarrow \pm\infty$? Дать определения с помощью неравенств. Привести геометрические иллюстрации.

12. Какова простейшая связь между бесконечно большой и бесконечно малой величинами?

13. Какова простейшая связь между функцией, имеющей предел, и бесконечно малой величиной?

14. Сформулировать правила предельного перехода в случае арифметических действий.

15. Вывести первый замечательный предел.

16. Вывести второй замечательный предел.

17. Дать определение непрерывности функции $y = f(x)$ в точке x_0 и проиллюстрировать его геометрически.

18. Что называется точкой разрыва функции?

19. Привести примеры разрывных функций различного характера.

20. В чем состоит правило предельного перехода для непрерывной функции?

21. Сформулировать теоремы об арифметических действиях над непрерывными функциями.

22. Сформулировать свойства функции, непрерывной на замкнутом интервале. Дать геометрическую иллюстрацию этих свойств.

23. Что значит сравнить две бесконечно малые величины? В каком случае одна из них более высокого порядка, чем другая?

24. Какие две бесконечно малые величины называются эквивалентными?

25. Привести примеры эквивалентных бесконечно малых величин.

Практические задания:

1. Вычислить следующие пределы, не пользуясь правилом Лопиталя.

а) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 4}{\sqrt{x^4 + 1}}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \cdot \sin x}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\lg(1+10x)}{x}$.

2. Найти точки разрыва функции и определить их тип:

а) $y = 3^{\frac{x}{4-x^2}}$; б) $y = \frac{x^2}{x^2 - 36}$; в) $y = \frac{|4x-3|}{4x-3}$.

3. Найти точки разрыва функции и определить их тип, сделать чертеж:

$$f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0 \\ (x+1)^2, & 0 < x \leq 2 \\ -x+4, & x > 2 \end{cases}$$

4. Найти производные первого порядка функций $y = f(x)$:

а) $y = \sqrt{3+5x} - \frac{x}{\sqrt{x-3}}$; б) $y = \sin^2(1-5x)$; в) $y = x^{\sqrt{x}}$.

5. Найти y'_x и y''_{xx} для заданной функции:

а) $\begin{cases} x = 3 \cos 2t \\ y = \sin t \end{cases}$; б) $\begin{cases} x = e^{2t} \\ y = e^{4t} \end{cases}$.

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$:

а) $f(x) = x^3 - 12x + 7$, $[0; 3]$;

б) $f(x) = 81x - x^4$, $[-1; 4]$.

7. Дана парабола $y = x^2 - x$. Подобрать новую параболу с ветвями вниз справа от данной, чтобы данная парабола в точке с абсциссой $x_0 = 2$ плавно (без разрыва производной) переходила в новую. Части двух парабол образуют новую функцию. Найти производную этой новой функции и нарисовать ее график. Найти вторую производную и также нарисовать ее график.

8. Построить график на основе приведенного полного исследования функции:

а) $y = x^3 - 3x^2 - x + 3$; б) $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2}$.

9. Для функции $z = (x^2y + 1)^2$:

а) построить несколько линий уровня;

б) найти частные производные первого и второго порядков в общем виде и в точке $(1, 1)$, убедившись в равенстве смешанных производных;

в) найти градиент функции в общем виде и в точке $(2, 3)$;

г) найти дифференциал функции в общем виде и в точке $(3, 5)$;

- д) найти производную в точке $(1, 2)$ по направлению вектора $(1, 4)$;
 е) пусть $x = 2t, y = t^2 - 1$. Найти z'_t в общем виде и при $t = 1$, используя формулу вычисления производной сложной функции двух переменных.

10. Найти экстремум функции $z = x^2 + y^2 + 2x + 4y$ и установить, максимум это или минимум.

11. Найти неопределенные интегралы:

а) $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{1+e^x}}$; б) $\int x \ln(x-1) dx$; в) $\int \frac{(2x+3)dx}{(x-2)^3}$;
 г) $\int \sin^4 x \cos^5 x dx$; д) $\int \frac{x + \sqrt{1+x}}{\sqrt[3]{1+x}} dx$.

12. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int_1^2 (2x - 3x^2) dx$; б) $\int_1^9 \frac{2dx}{\sqrt{x}}$; в) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin 5x dx$; г) $\int_0^{\pi} x \sin x dx$;
 д) $\int_{-1}^1 \frac{x dx}{\sqrt{5-4x}}$.

13. Вычислить несобственные интегралы:

а) $\int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x+1)^2}}$; б) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$.

14. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = e^x$, $y = e^{-x}$, $x = 1$.

15. Найти объем тела – цилиндра над плоской областью, образованной данными прямыми, и уравнением "крыши" $z = f(x, y)$.

$y = x, x = 0, x = 4, y = 0, z = 2x + y$.

16. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t) \end{cases}$$

$$\frac{\pi}{6} \leq t \leq \frac{\pi}{4}$$

17. Найти общее решение уравнения:

а) $y' = 3x - y$; б) $x^2 dy = (y^2 + xy) dx$.

18. Найти решение задачи Коши $y'' x \ln x = y'$, $y(e) = e - 1$, $y'(e) = 1$.

19. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + 9y = 6e^{3x}$.

20. Установить сходимость или расходимость рядов:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n-1}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n+1}}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2+(-1)^n)}{2^n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \cdot (n+1)!}{(2n)!}$.

21. Найти радиус и интервал сходимости:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(3n+1)2^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{(5n-2)!}$

2.2 Оценочные средства для промежуточной аттестации

1 Семестр (экзамен)

1. Понятие множества и подмножества. Пустое множество. Множество всех подмножеств множества.
2. Операции над множествами.
3. Эквивалентные множества, счетные и несчетные множества.
4. Ограниченные (сверху, снизу) и неограниченные (сверху, снизу) множества. Наибольший (наименьший) элемент множества.
5. Понятие функций и способы их задания. Элементарные функции. Применение функций в физике.
6. Предел числовой последовательности.
7. Предел функции одной переменной.
8. Односторонние и двусторонние пределы.
9. Бесконечно малые (бесконечно большие) величины и их связь с пределами функций.
10. Замечательные пределы.
11. Непрерывность функции в точке и на множестве.
12. Точки разрыва и их классификация.
13. Непрерывность основных элементарных функций.
14. Верхняя (нижняя) грань, глобальный максимум (минимум) функции в ее области определения.
15. Понятие производной функции одной переменной.
16. Геометрическая и физическая интерпретации производной.
17. Понятие дифференцируемой функции. Связь непрерывности и дифференцируемости функции одной переменной.
18. Производные основных элементарных функций. Производная суммы, произведения, частного, сложной и обратной функции.
19. Дифференцирование функций, заданных параметрически.
20. Понятие дифференциала функции одной переменной. Свойства дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала.
21. Производные и дифференциалы высших порядков функции одной переменной и их свойства.
22. Правило Лопиталя.
23. Достаточное условие строгого возрастания (убывания) функции на интервале. Достаточные условия локального экстремума функции одной переменной.
24. Выпуклые (вогнутые) функции одной переменной. Необходимое и достаточное условие выпуклости (вогнутости). Точка перегиба. Необходимое и достаточное условия точки перегиба.
25. Вертикальные и невертикальные асимптоты графика функции одной переменной.
26. Определение глобального максимума (минимума) функции одной переменной в области ее определения.
27. Исследование функции одной переменной с использованием первой и второй производных и построение ее графика.

2 Семестр (экзамен)

1. Понятие о функции нескольких переменных.
2. Понятие о множестве (линии) уровня функции двух переменных. Карта множеств уровня функции двух переменных, взаимное расположение линии уровня функции двух переменных.
3. Предел функции нескольких переменных.
4. Арифметические операции над функциями, имеющими конечные предельные значения.
5. Предел функции по направлению.
6. Непрерывность функции нескольких переменных в точке и на множестве.
7. Точки непрерывности и точки разрыва функции.
8. Непрерывность функции в точке и по направлению.
9. Арифметические операции над непрерывными функциями.
10. Частные производные и частные дифференциалы.
11. Геометрическая и экономическая интерпретация частных производных.
12. Дифференцируемость сложных ФНП. Инвариантность формы дифференциала ФНП.
13. Полное приращение функции нескольких переменных.
14. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям.
15. Производная и дифференциал параметрически и неявно заданной функции нескольких переменных.
16. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
17. Частные производные и дифференциалы порядка выше первого. Теорема о равенстве смешанных частных производных.
18. Локальный и условный экстремум функции двух переменных.
19. Наибольшее и наименьшее значение функции двух переменных.
20. Производная по направлению. Градиент.
21. Формула Тейлора для функций нескольких переменных.
22. Применение функций нескольких переменных в решении задач по экономике.

3 семестр (зачет)

1. Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла.
2. Свойства неопределенного интеграла.
3. Метод непосредственного интегрирования.
4. Метод замены переменной.
5. Метод интегрирования по частям.
6. Понятие многочлена, его корня, дроби, правильной и неправильной дроби.
7. Понятие и виды элементарных дробей. Интегрирование элементарных дробей.

8. Интегрирование рациональных дробей.
 9. Универсальная тригонометрическая подстановка.
 10. Интегрирование функций, нечетных относительно $\sin x$ и $\cos x$.
 11. Интегрирование функций, четных относительно $\sin x$ и $\cos x$.
 12. Интегрирование произведений синусов и косинусов различных аргументов.
 13. Интегрирование иррациональных функций.
 14. Интегральная сумма Римана, определенный интеграл и его геометрическая интерпретация.
 15. Свойства определенного интеграла.
 16. Геометрический смысл определенного интеграла.
 17. Определенный интеграл с переменным верхним пределом и его производная по этому пределу.
 18. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрируемые по Риману функции.
 19. Замена переменной и формула интегрирования по частям для определенного интеграла.
 20. Несобственные интегралы.
 21. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов.
- Признаки сходимости.
22. Приближенные методы интегрирования.
 23. Применение интегрального исчисления: площадь плоской фигуры, объем тела, длина дуги кривой, площадь поверхности вращения.
 24. Общая схема применения интеграла.

4 семестр (экзамен)

1. Понятие кратного интеграла.
2. Понятие и свойства двойного интеграла.
3. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах.
4. Двойной интеграл в полярных координатах.
5. Приложения двойных интегралов: вычисление площадей фигур, объемов тел, площадей поверхностей.
6. Тройной интеграл.
7. Вычисление тройных интегралов в декартовых координатах.
8. Тройной интеграл в сферических координатах.
9. Тройной интеграл в цилиндрических координатах.
10. Применение тройных интегралов.
11. Несобственные кратные интегралы.
12. Криволинейные интегралы 1-го рода, их свойства и вычисление.
13. Криволинейные интегралы 2-го рода, их свойства и вычисление.
14. Формула Грина. Интегрирование полных дифференциалов.
15. Приложения криволинейных интегралов.
16. Интегралы по поверхности.
17. Формулы Остроградского – Гаусса и Стокса.
18. Приложения поверхностных интегралов.

5-6 семестр (экзамен)

1. Понятие о числовых рядах. Сходящиеся и расходящиеся ряды.
2. Необходимое условие сходимости ряда.
3. Признаки сходимости для знакопостоянных и знакопеременных рядов.
4. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов.
5. Функциональные ряды. Сходимость и равномерная сходимость функционального ряда.
6. Непрерывность суммы функционального ряда, почленное дифференцирование и интегрирование функциональных рядов.
7. Степенные ряды. Промежуток и радиус сходимости степенного ряда.
8. Общие свойства степенных рядов.
9. Понятие ряда Тейлора и аналитической функции. Условие разложения функции в ряд Тейлора. Приближенные вычисления с помощью рядов Тейлора.
10. Разложение функции в ряд Маклорена.
11. Понятие о рядах Фурье. Теорема о представлении функции в виде ее ряда Фурье.
12. Ряды в комплексной плоскости. Ряд Лорана.
13. Ряды Фурье в комплексной форме. Интеграл Фурье.
14. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
15. Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема Коши. Общее и частное решение.
16. Геометрический смысл решения.
17. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
18. Однородные дифференциальные уравнения.
19. Линейные дифференциальные уравнения.
20. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения.
21. Уравнения в полных дифференциалах.
22. Приближенные решения уравнений первого порядка.
23. Дифференциальные уравнения второго порядка. Частные случаи уравнений второго порядка.
24. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.
25. Приложение дифференциальных уравнений в физике.
26. Дифференциальные уравнения высших порядков. Основные понятия.
27. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков.
28. Система дифференциальных уравнений.
29. Нормальные системы дифференциальных уравнений.
30. Системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Задания к диагностической работе

1. Чему равно наименьшее значение y из области значений функции $y = 2x^2 - 16x + 20$?
2. Дана функция двух переменных $z = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{y^2-1}$. Что будет областью определения этой функции?
3. Пусть $f(x) = \sin x$. В каком случае сложная функция $g(f(x))$ будет нечетна?
4. Пусть $f(x) = \operatorname{tg} x$. В каком случае сложная функция $g(f(x))$ будет четна?
5. Какой будет функция $y = x^2$ в окрестности бесконечности?
6. Какой будет функция $y = \frac{x}{x^2+1}$ в окрестности нуля?
7. Какой будет функция $y = \frac{x}{x^2+1}$ в окрестности бесконечности?
8. Чему будет равен предел частного $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{u(x)}{v(x)}$?
9. Чему равно значение предела $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$?
10. Чему равно значение $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$?
11. Чему равно значение $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+3x+6}{x^2+x+2}$?
12. Чему равен предел, если выражение приведено к отношению двух первых замечательных пределов?
13. В каком случае приведение к отношению вторых замечательных пределов будет считаться выполненным?
14. Какие точки называются точками разрыва функции?
15. Дайте определение производной функции.
16. В чем состоит геометрический смысл производной?
17. Чему равна производная 5?
18. Какой вид будет иметь уравнение касательной, если функция в точке a имеет конечную производную?
19. Чему равна производная функции $y = x^2 \cdot e^x$?
20. Чему равна производная функции $y = \sin 8x$?
21. Если $\Delta y = A \cdot \Delta x + \alpha(\Delta x) \cdot \Delta x$, то дифференциал это...
22. Какое правило можно применить к случаю, когда предел отношения производных представляет собой неопределённость?
23. В каком случае возможно непосредственное применение правила Лопиталья?
24. Назовите условия возрастания-убывания функции.
25. Как называются точки, в которых производная изменяет знак с «+» на «-»?
26. Какая точка будет называться точкой перегиба функции $y = f(x)$?
27. Сколько может быть невертикальных асимптот графика функции?

28. Сколько вертикальных асимптот имеет график функции $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^4 - 1}$
29. Какая функция будет называться называется первообразной функции $f(x)$ на некотором промежутке?
30. Назовите свойства неопределенного неопределённого интеграла?
31. Для какой функции определено множество первообразных $F(x) = -0,5 \cos 2x + C$?
32. Найти интеграл $\int \frac{dx}{x^3}$.
33. Чему равен $\int x^6 dx$?
34. Чему равен интеграл $\int (x + 2)^2 dx$?
35. Найдите число k , при котором данное равенство верно $\int \frac{dx}{4+25x^2} = \frac{1}{k} \operatorname{arctg} \frac{5x}{2} + c$
36. Выберите замену в интеграле $\int (7 - 3x)^{21} dx$.
37. В каком случае при интегрировании по частям используется замена $dv = P_n(x)dx$?
38. Интеграл вида $\int (x^5 - 3x^3 + 7x) \sin 4x dx$, находят интегрированием по частям. Укажите сколько раз надо повторить эту операцию.
39. В каком случае рациональная дробь вида $\frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$ называется правильной?
40. Запишите универсальную тригонометрическую подстановку, применяемую при интегрировании тригонометрических функций.
41. Назовите свойства определенного интеграла, если $f(x)$ и $g(x)$ – интегрируемы на $[a; b]$, $[a; c]$, $[c; b]$ $k = \text{const}$.
42. В каком случае справедлива формула Ньютона-Лейбница $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$?
43. Запишите формулу интегрирования по частям в определенном интеграле?
44. Назовите приложения определенного интеграла.
45. Какой из несобственных интегралов является расходящимся?
46. Как может быть представлена область определения функции двух переменных?
47. Запишите полный дифференциал функции двух переменных.
48. Что такое производная по направлению?
49. Что называют точками экстремума функции двух переменных?
50. Чем отличается локальный экстремум функции двух переменных от условного?
51. Укажите геометрический смысл двойного интеграла вида $\iint_D f(x, y) dx dy$, если $f(x, y) \geq 0$ для любых $(x, y) \in D$, $D \subset (oxy)$.

52. Когда двойной интеграл проще вычислить в полярных координатах?

53. По какой формуле вычисляется площадь плоской области D ?

54. Что не является правильной областью V в случае тройного интеграла?

55. L - кривая, по отрезку AB которой происходит интегрирование. По какой формуле вычисляется криволинейный интеграл?

56. Есть ли отличие в свойствах криволинейного интеграла первого рода и свойствах определённого интеграла, если есть, то в чём оно заключается?

57. Как называется для криволинейных интегралов второго рода сумма интегралов от двух или трёх функций?

58. Какой из рядов, согласно признаку Даламбера, расходится?

59. На каком интервале будет сходиться ряд, если радиус его сходимости $R > 0$?

60. Чему равен радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n}$?

61. В каком случае при исследовании ряда на сходимость используется признак Д`Аламбера?

62. Какое уравнение называется дифференциальным?

63. Что называется общим решением дифференциального уравнения n -го порядка?

64. Запишите уравнение с разделяющимися переменными в общем виде.

65. Какое ДУ называют однородным дифференциальным уравнением первого порядка?

66. Какие функции называются однородными?

67. Запишите замену Бернулли для решения линейного дифференциального уравнения.

68. Как решаются дифференциальные уравнения в полных дифференциалах?

69. Указать верную замену для решения уравнения $y \cdot y'' = y^2 \cdot y' + (y')^2$.

70. В каком виде следует искать частное решение уравнения вида $y'' - py' = f(x)$?