

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
ЛУГАНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ТАРАСА ШЕВЧЕНКО»



УТВЕРЖДАЮ

Ректор

Е. Н. Трегубенко

30

марта

2018 г.

ПРОГРАММА

профильного аттестационного экзамена по специальности

01.04.01 «МАТЕМАТИКА»

(уровень профессионального образования «*магистр*»)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа вступительного экзамена предназначена для поступающих в магистратуру по направлению подготовки «Математика».

Вступительный экзамен проводится в форме компьютерного тестирования.

Цель вступительного экзамена: определить готовность к освоению магистерской программы по направлению «Математика» на основе выявленного в ходе тестирования уровня профессиональной компетентности.

Каждый тест содержит 50 вопросов одного уровня сложности. Каждый вопрос оценивается в 2 балла.

Предлагаемая программа содержит перечень вопросов, по которым составлены тесты, и список литературы для подготовки. В процессе подготовки к компьютерному тестированию рекомендуется изучить материалы периодических изданий, сборников научных трудов.

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ПРОФИЛЬНОМУ АТТЕСТАЦИОННОМУ ЭКЗАМЕНУ

Вопросы по алгебре

1. Система натуральных чисел. Принцип математической индукции.
2. Кольцо целых чисел.
3. Теорема о делении с остатком.
4. Простые числа. Бесконечное множество простых чисел.
5. Каноническое представление сложного числа и его единственность.
6. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное двух чисел.
7. Поле комплексных чисел.
8. Алгебраическая, тригонометрическая и экспоненциальная формы представления комплексного числа.
9. Сравнения в кольце целых чисел и их свойства.
10. Применение теории сравнений к выводу признаков делимости.
11. Кольцо классов вычетов (остатков) по данному модулю.
12. Теоремы Эйлера и Ферма.
13. Линейные сравнения с одной переменной.
14. Подпространства и линейные многообразия векторного пространства.
15. Векторное пространство. Базис и размерность.
16. Системы линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса.

17. Определитель квадратной матрицы и его свойства.
18. Метод Крамера решения СЛАУ.
19. Группа. Простейшие свойства групп.
20. Нормальные подгруппы групп.
21. Линейный оператор и его матричное изображение.
22. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
23. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.
24. Теорема о делении с остатком в кольце полиномов.
25. Наибольший общий делитель полиномов. Алгоритм Евклида.
26. Разложение полиномов в произведение неприводимых множителей и его единство.
27. Теорема о существовании корня полиномов в поле комплексных чисел. Каноническое представление полинома над полями комплексных и действительных чисел.
28. Уравнение 3-й степени. Метод Кардано.
29. Уравнение 3-й степени. Метод Феррари.
30. Отображения и их основные виды.
31. Циклические группы.
32. Разложение группы по нормальной подгруппе. Теорема Лагранжа.
33. Теорема о гомоморфизмах групп.
34. Понятие ранга. Теорема Кронекера-Капелли.

Вопросы по геометрии

1. Аффинные пространства. Аффинные координаты. Формулы преобразования аффинных координат точек.
2. Плоскости в аффинных пространствах.
3. Аксиомы скалярного умножения. Евклидовы векторные пространства. Евклидовы точечно-векторные пространства.
4. Угол между векторами. Ортогональные векторы. Ортогональный базис и прямоугольные координаты.
5. Ортогональные матрицы. Формулы преобразования прямоугольных координат.
6. Векторное и смешанное произведения.
7. Теория прямых на аффинной плоскости.
8. Теория прямых на евклидовой плоскости.
9. Алгебраические линии. Классификация алгебраических кривых 2-го порядка на евклидовой плоскости.
10. Кривые 2-го порядка.
11. Плоскости в 3-х мерном аффинном и евклидовом пространствах.
12. Прямая в 3-х мерном аффинном и евклидовом пространстве. Взаимное расположение двух плоскостей, прямой и плоскости, двух прямых в пространстве.
13. Угол между плоскостями, прямыми, прямой и плоскостью.

14. Поверхности 2-го порядка (в аналитическом изложении).
 15. Группа движений плоскости и ее подгруппы.
 16. Движения 1-го и 2-го рода, их аналитическая запись и классификация.
 17. Группа преобразований подобия плоскости и ее подгруппы.
 18. Группа аффинных преобразований плоскости и ее подгруппы.
- Примеры аффинных преобразований плоскости.
19. Аффинные понятия и аффинные свойства фигур.
 20. Группа проективных преобразований, их аналитическая запись, основные подгруппы.
 21. Основные теоремы проективной геометрии (теорема Дезарга, теорема Паппа-Паскаля, теорема Фано, теорема Штейнера).
 22. Понятие проективного пространства. Модели проективного пространства.
 23. Топологическое пространство. Гомеоморфные отображения.
 24. Топологическое многообразие. Дифференцированное многообразие.
 25. Определение кривой в дифференциальной геометрии. Элементарная, простая и общая кривая. Регулярная кривая. Способы задания кривых.
 26. Особые точки плоских кривых.
 27. Кривизна и кручение кривой. Трехгранник Френе.
 28. Формулы Френе.
 29. Внутренняя геометрия поверхности.
 30. Определение поверхности в дифференциальной геометрии. Элементарная, простая и общая поверхность. Регулярная поверхность. Способы задания поверхностей.
 31. Теория кривизны поверхностей (нормальная кривизна, главные кривизны, полная и средняя кривизна).
 32. Линии на поверхности (линии кривизны, асимптотические линии).
 33. Расстояние от точки до прямой на плоскости и в пространстве. Расстояние между скрещивающимися прямыми.
 34. Оптические свойства линий 2-го порядка.
 35. Типы точек на гладкой поверхности.
 36. Теорема Гаусса.
 37. Проективная классификация линий 2-го порядка.
 38. Теорема Гаусса-Боне. Поверхности постоянной кривизны. Примеры и свойства. Сумма углов геодезического треугольника.
 39. Геодезическая кривизна. Геодезические линии. Их уравнения.
 40. Деривационные уравнения Вейнгартена-Гаусса. Символы Кристоффеля. Теорема Родрига.

Вопросы по математическому анализу

1. Область определения функции. Монотонные функции. Четные и нечетные функции. Периодические функции.

2. Предел последовательности. Свойства пределов. Предел функции. Замечательные пределы.

3. Непрерывность функции. Первая и вторая теоремы Больцано-Коши, первая и вторая теоремы Вейерштрасса.

4. Производная функции, геометрический и механический смысл производной. Таблица производной. Производные сложных функций. Правила дифференцирования. Дифференциал функции. Уравнение касательной к графику функции.

5. Показательная функция ее основные свойства.

6. Основные теоремы дифференциального исчисления Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши.

7. Экстремум функции. Выпуклость функции, точки перегиба.

8. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов.

9. Интегрирование с помощью замены переменной и по частям.

10. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.

11. Условие интегрирования функции.

12. Площадь плоской фигуры, уравнение которой задано в явном виде, параметрическим уравнением, в полярных координатах.

13. Длина дуги кривой, уравнение которой задано в явном виде, параметрическим уравнением, уравнением в полярных координатах.

14. Объем тела и объем тела вращения. Площадь поверхности вращения.

15. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода.

16. Числовые ряды. Необходимое условие сходимости ряда, основные теоремы о числовых рядах.

17. Признаки сходимости Даламбера, Коши, интегральный признак сходимости, признак сравнения, теорема о гармоническом ряде.

18. Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница. Абсолютная и условная сходимость числового ряда.

19. Функциональные последовательности и ряды. Область сходимости функционального ряда. Равномерная сходимость, признак равномерной сходимости.

20. Степенные ряды, теорема Абеля.

21. Интегрирование и дифференцирование функциональных рядов.

22. Ряд Тейлора и ряд Маклорена.

23. Комплексные функции, комплексные последовательности, комплексные ряды.

24. Производная функции комплексной переменной, условия дифференцирования, понятие аналитической функции.

25. Дробно-линейная функция и дробно-линейное отображение комплексной переменной.
26. Показательная и тригонометрическая функции комплексного аргумента.
27. Логарифмическая и степенная функции комплексного аргумента.
28. Интегрирование функции комплексной переменной.
29. Разложение функции комплексной переменной в ряд Лорана.
30. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка.
31. Задача Коши. Существование и единственность решения задачи Коши (теоремы Пеано и Пикара).
32. Уравнение с разделяющимися переменными. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
33. Однородные дифференциальные уравнения.
34. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка, уравнение Бернулли.
35. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
36. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Метод Лагранжа.
37. Системы линейных дифференциальных уравнений.
38. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям. Основные понятия, связанные с интегральными уравнениями.
40. Определение и примеры метрических пространств.
41. Полные метрические пространства.
42. Компактные множества в метрических пространствах.
43. Критерий компактности в метрических пространствах.
44. Определение и примеры нормированных пространств.
45. Банаховы пространства с базисом.
46. Гильбертовы пространства.
47. Норма линейного оператора.
48. Внешняя мера.
49. Мощность множества.

ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ ПОДГОТОВКИ

К ПРОФИЛЬНОМУ АТТЕСТАЦИОННОМУ ЭКЗАМЕНУ

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.: Наука, 1976, 1980, 1984, 1998, 2000 гг.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. М.: Наука, 1974.

3. Винберг Э.Б. Курс алгебры.- М.:Факториал 2001. – 544с.
4. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. М.: Наука, 1982.
5. Васильев А.В., Мазуров В.Д. Высшая алгебра: В 2 ч.: Конспект лекций / Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск, 2010.
6. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. М.: Наука, 1971.
7. Задорожный В.Н., Зальмеж В.Ф., Трифонов А.Ю., Шаповалов А.В. Высшая математика для технических университетов. Линейная алгебра I: Учебное пособие. – Томск: Изд. ТПУ, 2009.
8. Высшая математика в упражнениях и задачах: в 2 ч./ П. Е. Данко [и др.]. - 7-е изд., испр. - Москва: Оникс: Мир и образование Ч. 1 и 2. – 2008.
9. Кругликов В.И. Основы высшей математики: [учеб. пособие]/ В. И. Кругликов; Тюм. гос. ун-т, Ин-т дистанц. образ. - Тюмень: Изд-во ТюмГУ, 2004. - 778 с.
10. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. М.: Наука, 1980, 2003гг.
11. Щипачев В.С.. Задачник по высшей математике: учебное пособие для студентов вузов/ В. С. Шипачев. - 9-е изд. – Москва: Высшая школа, 2009. – 304 с.
12. Фейс К. Алгебра. Кольца, модули, категории Том 1, Том 2. М.: Мир 1979. – 688с, 464с.
13. Базылев В.Т., Дуничев К.И., Иваницкая В.П.. Геометрия. Ч. 1. — М.:Просвещение, 1980. — 240 с.
14. Постников М.М. Лекции по геометрии. Семестр I. Аналитическая геометрия. —М.: Наука, 1979.
15. Федорюк В.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1990.
16. Волковыский Л.И., Лунц Г.Л. Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 312 с.
17. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теорий функций комплексного переменного. СПб.: Лань, 2008. – 688 с.
18. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. СПб.: Лань, 2009. – 432 с.
19. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 336 с.
20. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Функции комплексного переменного. Задачи и примеры с подробными решениями. М.: Либроком, 2010.- 208 с.
21. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. СПб.: Лань, 2009. - 1120 с.
22. Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции по теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1982. - 488 с.
23. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. СПб.: Лань, 2004. - 800 с.

24. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1967.
25. Евграфов М.А. и др. Сборник задач по теории аналитических функций. – М.: Наука, 1972.
26. Балк М.Б., Виленкин Н.Я., Петров В.А. Математический анализ: теория аналитических функций. – М.: Просвещение, 1985.
27. Поволоцкий А.И., Лихтарников Л.М. Теория аналитических функций. – Л.: Изд-во ЛГПИ, 1988.
28. Балк М.Б., Петров В.А., Полухин А.А. Задачник-практикум по теории аналитических функций. – М.: Просвещение, 1976.
29. Погорелов А.В. Геометрия. - М.: Наука, 1983.
30. Виро О. Я., Иванов О. А., Нецветаев Н. Ю., Харламов В. М. Элементарная топология. - М.: МЦНМО, 2007. - 446 с.
31. Мищенко А. С, Фоменко А. Т. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 304 с.
32. Бляшке В. Введение в дифференциальную геометрию. - 2-е изд., исправл. – Ижевск: Издательский дом «Удмуртский университет». 2000 г.– 212 с.
33. Розендорн Э. Р. Теория поверхностей. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 304 с.
34. Мищенко А. С, Соловьев Ю. П., Фоменко А. Т. Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии: Учеб. пособие для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство физико-математической литературы, 2004. – 412 с.
35. Бугров Я. С., Никольский С. М. Дифференциальное и интегральное исчисление. – М: Наука. – 1980.
36. Математический анализ: учеб. / В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Бл. Х. Сендов; под ред. А.Н. Тихонова. – в 2 ч. – М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2007.
37. Никольский С.М. Курс математического анализа: [Учеб. для вузов] / С.М. Никольский. – 6-е изд., стер. – М.: Физматлит, 2001.
38. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисление. ТТ. 1, 2. – М: Наука – 1985.
39. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебник для студентов физических и механико-математических специальностей высших учебных заведений [в 3 т.] / Г.М. Фихтенгольц; [предисл. и прим. А.А. Флоринского]. – Изд. 8-е. – М.: Физматлит, 2007.
40. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа: [учебник: в 2-х частях] / Г.М. Фихтенгольц. – Изд. 6-е, стер. – СПб.: Лань, 2005.

Председатель профильной
аттестационной комиссии



А. В. Понасенко