

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

Институт физико-математического образования, информационных и
обслуживающих технологий
Кафедра фундаментальной математики

УТВЕРЖДАЮ

Директор Института физико-
математического образования,
информационных и обслуживающих
технологий

Е.Е. Горбенко

2023 г.

Приложение к рабочей программе учебной дисциплины

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
обучающихся по дисциплине

Теория вероятностей и математическая статистика

Направление подготовки 01.03.01 Математика

Профиль подготовки Математические и цифровые технологии в образовании

Квалификация выпускника – бакалавр

Форма обучения – очная

Курс – 2, 3

Разработчик:

доцент Давыскиба О.В.,

Заведующий кафедрой фундаментальной
математики

Темникова С.В.

Протокол

от « 04 » января 2023 г. № 5

Луганск, 2023

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – неотъемлемая часть рабочей программы дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений студентов, освоивших программу дисциплины.

1.2. Цели и задачи фонда оценочных средств

Цель ФОС — установить соответствие уровня подготовки обучающегося требованиям ФГОС ВО бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018 № 8 (с изменениями и дополнениями).

1.3. Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения основной образовательной программы

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций и индикаторов их достижения:

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения
Общепрофессиональная	
ОПК-3. Способен использовать в педагогической деятельности научные знания в сфере математики и информатики.	ОПК-3.1. Способен использовать в педагогической деятельности знания из области математики и информатики.
	ОПК-3.2. Способен планировать свою педагогическую деятельность, включая ознакомление с перспективными направлениями развития исследований в области математики, информатики, методики их преподавания.

1.4. Этапы формирования компетенций и средства оценивания уровня их сформированности

Этапы формирования компетенций	Компетенции	Контрольно-оценочные средства / способ оценивания
Тема 1. Комбинаторика, события, алгебра событий	ОПК-3	Устный опрос, выполнение практических заданий
Тема 2. Вероятность. Теоремы сложения и умножения вероятностей	ОПК-3	Устный опрос, выполнение практических заданий
Тема 3. Повторные независимые испытания	ОПК-3	Устный опрос, выполнение практических заданий
Тема 4. Случайные величины	ОПК-3	Устный опрос, выполнение практических заданий
Тема 5. Законы распределения случайных величин	ОПК-3	Устный опрос, выполнение практических заданий

Промежуточная аттестация	ОПК-3	Зачет
Тема 6. Многомерные случайные величины	ОПК-3	Устный опрос, выполнение практических заданий
Тема 7. Закон больших чисел	ОПК-3	Устный опрос, выполнение практических заданий
Тема 8. Элементы математической статистики	ОПК-3	Устный опрос, выполнение практических заданий
Тема 9. Интервальное оценивание	ОПК-3	Устный опрос, выполнение практических заданий
Тема 10. Проверка статистических гипотез и элементы линейного корреляционного анализа	ОПК-3	Устный опрос, выполнение практических заданий
Промежуточная аттестация	ОПК-3	Зачет, экзамен (письменный)

1.5. Описание показателей формирования компетенций

Код компетенции	Результаты сформированности
Общепрофессиональная	
ОПК-3. Способен использовать в педагогической деятельности научные знания в сфере математики и информатики.	<p>Знает: основные понятия теории вероятностей и математической статистики, основные методы решения типовых задач теории вероятностей и математической статистики; статистические методы первичной обработки экспериментальных данных, методы построения доверительных интервалов, стандартные методы проверки статистических гипотез.</p> <p>Умеет: применять теоретико-вероятностные и статистические методы для решения прикладных задач, находить точечные и интервальные оценки экспериментальных данных (выборки); производить проверку гипотез с учетом имеющихся ограничений; выявлять объективные тенденции и закономерности развития конкретных систем.</p> <p>Владеет: навыками работы с вероятностными методами и моделями в рамках своей профессиональной деятельности; навыками определения закономерностей и составления моделей соответствующих прикладных задач, навыками постановки и решения исследовательских задач.</p>

1.6. Критерии оценивания компетенций на разных этапах их формирования

Вид учебной работы	Количество баллов
	ОФО
4 семестр	
Работа на практических занятиях	36
Контрольная работа	10
Выполнение индивидуального задания	14
Зачет	40
Всего:	100
5 семестр	
Работа на практических занятиях	30

Контрольная работа	8
Выполнение индивидуального задания	12
Экзамен (письменный)	50
Всего:	100

Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

Четырехбал- льная система оценивания экзамена	100- балльная шкала	Буквенная шкала, соответствующая 100- балльной шкале	Система оценивания зачета
Отлично	90–100	А – отлично – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	Зачтено
Хорошо	83–89	В – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	75–82	С – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	
Удовлетво- рительно	63–74	Д – удовлетворительно – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетво- рительно	50–62	Е – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов,	

		близким к минимальному	
Неудовлетворительно	21–49	FX – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий	Не зачтено
Неудовлетворительно	0–20	F – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	

2. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

2.1. Оценочные средства текущего контроля

Вопросы для устного опроса:

1. Что называется перестановкой из n элементов?
2. Какой смысл имеет запись $n!$?
3. По какой формуле вычисляют число перестановок из n элементов?
4. Что называется размещением из n элементов по k ?
5. По какой формуле вычисляют число размещений из n элементов по k ?
6. Что называется сочетанием из n элементов по k ?
7. По какой формуле вычисляют число сочетаний из n элементов по k ?
8. Какое событие называют достоверным?
9. Какое событие называют невозможным?
10. Дайте определение противоположных событий.
11. Сформулируйте классическое определение вероятности.
12. Чему равна вероятность достоверного события?
13. Чему равна вероятность невозможного события?
14. Каким неравенствам удовлетворяет вероятность любого события?
15. Что называется относительной частотой события?
16. Сформулируйте теоремы умножения вероятностей событий.
17. Сформулируйте теоремы сложения вероятностей событий.
18. Что называют условной вероятностью?
19. Формула полной вероятности.
20. Вероятности каких событий можно вычислять по формуле Бернулли?

21. Как записывается формула Бернулли?
22. Вероятности каких событий можно вычислять по локальной теореме Лапласа?
23. Вероятности каких событий можно вычислять по интегральной теореме Лапласа?
24. Как записывается формула локальной теоремы Лапласа?
25. Как записывается формула интегральной теоремы Лапласа?
26. Дайте определение дискретной случайной величины.
27. Дайте определение непрерывной случайной величины.
28. Дайте определение закона распределения дискретной случайной величины.
29. Дайте определение многоугольника распределения дискретной случайной величины.
30. Формула биномиального распределения.
31. Дайте определение математического ожидания случайной величины.
32. Что называется дисперсией случайной величины?
33. Запишите формулу вычисления математического ожидания случайной величины.
34. Запишите формулу вычисления дисперсии случайной величины.
35. Свойства математического ожидания случайной величины.
36. Свойства дисперсии случайной величины.
37. Дайте определение среднего квадратического отклонения.
38. Запишите формулу вычисления среднего квадратического отклонения.
39. Способы задания закона распределения дискретной случайной величины.
40. Определение биномиального закона распределения.
41. Формула биномиального закона распределения дискретной случайной величины.
42. Дайте определение функции распределения вероятностей случайной величины.
43. Сформулируйте свойства функции распределения вероятностей случайной величины.
44. Дайте определение плотности распределения вероятностей случайной величины.
45. Сформулируйте свойства плотности распределения вероятностей случайной величины.
46. Какой формулой задается плотность равномерного распределения?
47. Дайте определение равномерного распределения вероятности.
48. Что вы знаете о функции распределения случайной величины, распределенной по равномерному закону?
49. Дайте определение математического ожидания случайной величины, распределенной по равномерному закону. Запишите ее формулу.
50. Дайте определение дисперсии случайной величины, распределенной по равномерному закону. Запишите ее формулу.
51. Дайте определение математического ожидания непрерывной случайной величины.

52. Дайте определение дисперсии непрерывной случайной величины.
53. Дайте определение среднего квадратического отклонения непрерывной случайной величины.
54. Дайте определение моды.
55. Дайте определение начального момента.
56. Запишите формулы вычисления моды и начального момента.
57. Дайте определение нормального распределения.
- 58.2. Запишите формулу плотности нормального распределения.
- 59.3. Дайте определение показательного распределения.
- 60.4. Запишите формулу плотности показательного распределения.
- 61.5. Дайте определение и запишите формулу функции показательного распределения.
62. Дайте определение вариационного ряда.
63. Что называется размахом выборки?
64. Как для данной выборки получают статистический ряд и выборочное распределение?
65. Какие графические изображения выборок вы знаете?
66. Чему равна площадь гистограммы относительных частот?
67. Дайте определение выборочного среднего.
68. Дайте определение выборочной дисперсии.
69. Как связаны между собой выборочная дисперсия и несмещенная выборочная дисперсия?
70. Основные виды выборок. Способы отбора.
71. Оценка неизвестных параметров распределения случайной величины. Примеры. Что берется в качестве оценки $M(X)$, $D(X)$.
72. Выборочная и генеральная дисперсия. Формула для вычисления выборочной и генеральной дисперсии.
73. Среднее квадратическое отклонение.

Примерные задания для контрольных работ:

Контрольная работа №1

1. В корзине 35 шаров: 10 красных, 5 зеленых, остальные – белые. Наугад извлечено 5 шаров. Найти вероятность того, что среди них будет 2 красных и 3 белых шара.
2. В мешке содержится 10 одинаковых кубиков с номерами от 1 до 10. Наугад вытаскивают в одиночку три кубика. Найти вероятность того, что последовательно появятся кубики с номерами 1, 2, 3, если кубики извлекаются с возвращением.
3. В денежно-вещественной лотерее на 1000 билетов приходится 12 денежных и 8 вещевых выигрышей. Какова вероятность выигрыша хотя бы на один из трех приобретенных билетов?
4. В магазин привезли для продажи 20 телевизоров марки Samsung и 15 телевизоров марки Xiaomi. Вероятность поломки в течение гарантийного периода для Samsung составляет 0,01, а для Xiaomi – 0,02. Случайно

- выбранный покупатель приобрел телевизор, который сломался в течение гарантийного периода. Какой марки вероятнее всего был телевизор?
5. Вероятности того, что спортсмен сдаст нормативы по бегу и прыжкам соответственно равны 0,95 и 0,9. Составить ряд распределения случайной величины X – числа сданных нормативов. Найти числовые характеристики случайной величины X , функцию распределения вероятностей $F(x)$ и построить ее график.
6. Случайная величина X задана функцией плотности распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq \pi; \\ -\cos x, & \pi < x \leq \frac{3}{2}\pi; \\ 0, & x > \frac{3}{2}\pi. \end{cases}$$

- Найти: 1) функцию распределения $F(x)$;
 2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение;
 3) построить графики функций распределения $F(x)$ и плотности распределения вероятностей $f(x)$.

Контрольная работа №2

1. По заданной выборке составить вариационный ряд, найти относительные частоты, найти выборочное среднее, выборочную и исправленную дисперсии, среднее квадратическое отклонение. Изобразить вариационный ряд графически. Для этого построить гистограмму и полигон.
- 93, 209, 135, 216, 206, 80, 197, 134, 145, 183 80 216
 251,53, 142, 120, 177, 159, 111, 185, 200, 191 53 251
 96, 206, 138, 213, 209, 77, 200, 131, 148, 180 77 209
 253,50, 145, 117, 180, 156, 113, 181, 203, 188 50 253
 81, 120, 135, 220, 144, 152, 150, 110, 118, 140 81 220
2. Используя результаты решения предыдущей задачи и критерий Пирсона χ^2 , при уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить гипотезу о нормальном распределении исследуемого признака в генеральной совокупности.
3. Найти выборочные уравнения прямых линий регрессии Y на X и X на Y по данным, приведенным в корреляционной таблице:

Y	X							
	5	10	15	20	25	30	35	n_y
100	—	—	—	—	—	6	1	7
120	—	—		—	—	4	2	6
140	—	—	8	10	5	—	—	23

160	3	4	3	—	—	—		10
180	2	1	—	1	—	—	—	4
n_x	5	5	11	11	5	10	3	$n = 50$

Примерный вариант индивидуального задания №1

1. Студент знает ответы на 20 из 25 вопросов программы. Найти вероятность того, что он знает ответы на предложенные ему экзаменатором три вопроса.
2. Вероятность того, что потребитель увидит рекламу определенного продукта по телевидению, равна 0,04. Вероятность того, что потребитель увидит рекламу того же продукта на рекламном стенде, равна 0,06. Предполагается, что оба события — независимые. Чему равна вероятность того, что потребитель увидит: 1) обе рекламы; 2) только одну рекламу; 3) хотя бы одну рекламу?
3. Курс доллара повышается в течение квартала с вероятностью 0,9 и понижается с вероятностью 0,1. При повышении курса доллара фирма рассчитывает получить прибыль с вероятностью 0,95; при понижении — с вероятностью 0,4. Оценить вероятность того, что фирма получит прибыль.
4. Нефтеразведывающая компания получила финансирование для проведения 10 нефтяных разработок. Вероятность успешной нефтеразведки 0,1. Нефтеразведки осуществляют независимо друг от друга разведывательные партии. Какова вероятность того, что: 1) нефть обнаружат хотя бы после одной разведки; 2) нефть обнаружат в половине случаев; 3) нефть не будет обнаружена вообще?
5. Составить закон распределения вероятностей для суммы очков, выпавших при бросании двух игральных костей. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.
6. Непрерывная случайная величина X задана дифференциальной функцией распределения $f(x)$:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0; \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3; \\ 0 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Найти:

- 1) интегральную функцию распределения $F(x)$;
- 2) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$;
- 3) вероятность того, что случайная величина X примет значения из интервала (1; 2).

Примерный вариант индивидуального задания №2

1. В таблице приведены выборочные данные.

20,2	23,4	22,0	18,5	23,5	24,8
24,2	24,3	22,5	16,0	20,4	18,2
22,3	19,2	19,4	16,7	22,4	19,7
19,8	17,0	18,7	24,2	23,4	24,5
25,0	16,8	24,3	19,4	18,7	20,4

Требуется:

1. Составить интервальный вариационный ряд.
 2. Вычислить относительные частоты (частоты). Результаты оформить в виде таблицы.
 3. Вычислить выборочное среднее, выборочную и исправленную дисперсии, среднее квадратическое отклонение.
 4. Построить полигон и гистограмму.
2. Используя результаты решения предыдущей задачи и критерий Пирсона χ^2 , при уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить гипотезу о нормальном распределении исследуемого признака в генеральной совокупности.

2.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации (зачет, экзамен)

Теоретические вопросы для проведения зачета, экзамена

1. Основные понятия теории вероятностей. Алгебра событий.
2. Классификация случайных событий. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности события, непосредственный подсчет вероятности.
3. Статистическое определение вероятности события и условия его применимости.
4. Несовместные и совместные события. Сумма событий. Теорема сложения вероятностей (с доказательством).
5. Полная группа событий. Противоположные события. Соотношение между вероятностями противоположных событий (с выводом).
6. Зависимые и независимые события. Произведение событий. Понятие условной вероятности. Теорема умножения вероятностей (с доказательством).
7. Формулы полной вероятности и Байеса (с доказательством).
8. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли (с выводом).
9. Локальная теорема Муавра—Лапласа, условия ее применимости. Свойства функции $\varphi(x)$.
10. Асимптотическая формула Пуассона и условия ее применимости.
11. Интегральная теорема Муавра—Лапласа и условия ее применимости. Функция Лапласа $\Phi(x)$ и ее свойства.
12. Следствия из интегральной теоремы Муавра — Лапласа (с выводом).

13. Понятие случайной величины. Дискретная случайная величина и ее закон (ряд) распределения.
14. Числовые характеристики дискретной случайной величины и их свойства.
15. Случайная величина, распределенная по биномиальному закону, ее математическое ожидание. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение.
16. Функция распределения случайной величины, ее определение, свойства и график.
17. Непрерывная случайная величина (НСВ).
18. Числовые характеристики непрерывной случайной величины и их свойства.
19. Интегральная и дифференциальная функции распределения. Их свойства и графики.
20. Определение нормального закона распределения. Теоретико-вероятностный смысл его параметров. Нормальная кривая и зависимость ее положения и формы от параметров.
21. Формулы для определения вероятности: а) попадания нормально распределенной случайной величины в заданный интервал; б) ее отклонения от математического ожидания. Правило трех сигм.
22. Центральная предельная теорема. Теорема Ляпунова и ее значение.
23. Понятие двумерной случайной величины. Таблица ее распределения. Одномерные распределения ее составляющих. Условные распределения и их нахождение по таблице распределения.
24. Неравенство Маркова (лемма Чебышева). Неравенство Чебышева (с выводом) и его частные случаи.
25. Теорема Чебышева (с доказательством), ее значение и следствие.
26. Закон больших чисел.
27. Генеральная и выборочная совокупности. Выборка с повторным и бесповторным отбором членов. Репрезентативная выборка. Способы отбора.
28. Вариационный ряд, его разновидности. Графическое представление вариационного ряда.
29. Понятие об оценке параметров генеральной совокупности. Свойства оценок: несмещенность, состоятельность, эффективность.
30. Оценка генеральной средней и генеральной дисперсии. Смещенность и состоятельность выборочной дисперсии. Исправленная выборочная дисперсия.
31. Понятие об интервальном оценивании. Доверительная вероятность и доверительный интервал.
32. Понятие статистической гипотезы и статистического критерия. Ошибки 1-го и 2-го рода. Уровень значимости и мощность критерия.
33. Критерий согласия χ^2 -Пирсона и схема его применения.
34. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Различия между ними. Основные задачи теории корреляции.

35. Линейная парная регрессия. Формулы для расчета коэффициентов регрессии.

36. Оценка тесноты связи. Коэффициент корреляции (выборочный), его свойства и оценка достоверности.