

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

Институт физико-математического образования, информационных и
обслуживающих технологий
Кафедра фундаментальной математики

УТВЕРЖДАЮ

Директор Института физико-
математического образования,
информационных и обслуживающих
технологий


«19» января 2023 г.

Е.Е. Горбенко

2023 г.

Приложение к рабочей программе учебной дисциплины

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
обучающихся по дисциплине
Аналитическая геометрия

Направление подготовки 01.03.01 Математика

Профиль подготовки Математические и цифровые технологии в образовании

Квалификация выпускника – бакалавр

Форма обучения – очная

Курс – 1

Разработчик:

доцент Давыскиба О.В.,

Заведующий кафедрой фундаментальной
математики

Темникова С.В.

Протокол

от «04» января 2023 г. № 5

Луганск, 2023

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – неотъемлемая часть рабочей программы дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений студентов, освоивших программу дисциплины.

1.2. Цели и задачи фонда оценочных средств

Цель ФОС — установить соответствие уровня подготовки обучающегося требованиям ФГОС ВО бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018 № 8 (с изменениями и дополнениями).

1.3. Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения основной образовательной программы

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций и индикаторов их достижения:

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения
Общепрофессиональная	
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Понимает значение накопления фундаментальных знаний в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.
	ОПК-1.2. Имеет представление об использовании фундаментальных знаний в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

1.4. Этапы формирования компетенций и средства оценивания уровня их сформированности

Этапы формирования компетенций	Компетенции	Контрольно-оценочные средства / способ оценивания
Тема 1. Элементы векторной алгебры.	ОПК-1	Устный опрос, выполнение практических заданий
Тема 2. Метод координат на плоскости, плоскости в пространстве.	ОПК-1	Устный опрос, выполнение практических заданий
Тема 3. Прямые на плоскости, плоскости и прямые в пространстве.	ОПК-1	Устный опрос, выполнение практических заданий
Тема 4. Изучение свойств кривых второго порядка на плоскости по их каноническим уравнениям.	ОПК-1	Устный опрос, выполнение практических заданий

Тема 5. Исследование кривой второго порядка на плоскости по ее общему уравнению.	ОПК-1	Устный опрос, выполнение практических заданий
Тема 6. Поверхности второго порядка.	ОПК-1	Устный опрос, выполнение практических заданий
Тема 7. Преобразования точек плоскости.	ОПК-1	Устный опрос, выполнение практических заданий
Тема 8. Проективная геометрия.	ОПК-1	Устный опрос, выполнение практических заданий
Промежуточная аттестация	ОПК-1	Зачет, экзамен (письменный)

1.5. Описание показателей формирования компетенций

Код компетенции	Результаты сформированности
Общепрофессиональная	
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	<p>Знает: основные понятия аналитической геометрии: векторы, скалярное, векторное, смешанное и двойное векторное произведения, разные системы координат, преобразования координат, различные уравнения прямой и плоскости, понятия теории кривых и поверхностей второго порядка; формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений, в том числе в компьютерном моделировании геометрических объектов и явлений.</p> <p>Умеет: решать задачи вычислительного и теоретического характера в области геометрии трехмерного и многомерного евклидова (аффинного, проективного), выполнять линейные операции с векторами, применять скалярное, векторное, смешанный и двойное векторное произведения при решении задач, находить координаты точек в различных системах координат; использовать уравнения геометрических образов первого и второго порядка при исследовании геометрических объектов на плоскости и в пространстве, доказывать утверждения.</p> <p>Владеет: навыками решения задач аналитической геометрии; математическим аппаратом аналитической геометрии, аналитическими методами исследования геометрических объектов.</p>

1.6. Критерии оценивания компетенций на разных этапах их формирования

Вид учебной работы	Количество баллов
	ОФО
1 семестр	
Работа на практических занятиях	36
Контрольная работа	10
Выполнение индивидуального задания	14
Зачет	40

Всего:	100
2 семестр	
Работа на практических занятиях	36
Контрольная работа	4
Выполнение индивидуального задания	10
Экзамен (письменный)	50
Всего:	100

Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

Четырехбал- льная система оценивания экзамена	100- балльная шкала	Буквенная шкала, соответствующая 100- балльной шкале	Система оценивания зачета
Отлично	90–100	А – отлично – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	Зачтено
Хорошо	83–89	В – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	75–82	С – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	
Удовлетво- рительно	63–74	Д – удовлетворительно – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетво- рительно	50–62	Е – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы	

		не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	
Неудовлетворительно	21–49	FX – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий	Не зачтено
Неудовлетворительно	0–20	F – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	

2. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

2.1. Оценочные средства текущего контроля (типовые)

Вопросы для устного опроса:

1. Векторы и аффинные системы координат на плоскости и в пространстве.
2. Свободные векторы.
3. Линейные операции над векторами и их свойства.
4. Векторное пространство.
5. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
6. Базис и координаты вектора.
7. Линейные операции в координатах.
8. Линейные отображения. Композиции линейных отображений.
9. Аффинные системы координат на плоскости и в пространстве.
10. Простое отношение трех точек на прямой.
11. Аффинное пространство. Плоскости в аффинном пространстве.
12. Скалярное и косое произведения векторов.
13. Проекции векторов на плоскость и прямую как линейные отображения.

14. Ортогональная проекция вектора на ось и ее свойства.
15. Скалярное произведение и его свойства.
16. Ортонормированные базисы и прямоугольные системы координат.
17. Формулы для вычисления скалярного произведения векторов, модуля вектора, угла между векторами, расстояния между точками в аффинной и прямоугольной системах координат.
18. Евклидово векторное и евклидово аффинное пространства.
19. Прямоугольная система координат на плоскости.
20. Операция поворота вектора на угол α и ее свойства.
21. Площадь треугольника.
22. Прямая линия на аффинной плоскости. Направляющий вектор прямой.
23. Различные виды уравнений прямой на плоскости.
24. Общее уравнение прямой. Условие параллельности вектора и прямой.
25. Взаимное расположение двух точек относительно прямой.
26. Взаимное расположение двух прямых.
27. Пучки прямых.
28. Прямая на евклидовой плоскости.
29. Нормальный вектор прямой.
30. Уравнения прямой в прямоугольной системе координат.
31. Нормальное уравнение прямой.
32. Расстояние от точки до прямой.
33. Угол между прямыми.
34. Кривые второго порядка, заданные каноническими уравнениями.
35. Окружность, эллипс, гипербола, парабола. Фокальные радиусы.
36. Параметрические уравнения.
37. Эксцентриситет.
38. Директрисы и их свойства.
39. Подобие кривых с одинаковым эксцентриситетом.
40. Пересечение кривой и прямой.
41. Диаметр, сопряженный хордам данного направления.
42. Сопряженные направления.
43. Главные направления.
44. Касательные.
45. Полярные уравнения кривых.
46. Преобразования систем координат.
47. Репер и аффинная система координат в аффинном пространстве.
48. Преобразование аффинной системы координат.
49. Ориентация аффинного пространства.
50. Ортонормированный репер и прямоугольная система координат в евклидовом аффинном пространстве.
51. Преобразование прямоугольных систем координат.
52. Векторное произведение и его свойства.
53. Площадь треугольника в пространстве.

54. Формулы для вычисления векторного произведения в аффинной и прямоугольной системах координат.
55. Смешанное произведение векторов и его свойства.
56. Формулы для вычисления смешанного произведения в аффинной и прямоугольной системах координат.
57. Прямая линия и плоскость в пространстве.
58. Способы задания подпространства в векторном пространстве.
59. Плоскость в трехмерном аффинном пространстве.
60. Условие параллельности вектора и плоскости.
61. Различные виды уравнений плоскости.
62. Прямая в трехмерном аффинном пространстве.
63. Различные виды уравнений прямой.
64. Взаимное расположение двух точек относительно плоскости.
65. Взаимное расположение двух плоскостей.
66. Пучок плоскостей.
67. Взаимное расположение двух прямых.
68. Взаимное расположение прямой и плоскости.
69. Уравнения плоскости в прямоугольной системе координат.
70. Нормальное уравнение плоскости.
71. Расстояние от точки до плоскости.
72. Прямая в трехмерном евклидовом аффинном пространстве.
73. Нормальное уравнение прямой.
74. Расстояние от точки до прямой.
75. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми.
76. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.
77. Поверхности второго порядка в трехмерном евклидовом пространстве, заданные каноническими уравнениями.
78. Прямолинейные образующие однополостного гиперboloида и гиперболического параболоида.
79. Асимптотические конусы гиперboloидов.
80. Гиперповерхность второго порядка в аффинном пространстве.
81. Квадратичные формы, ассоциированные с уравнением гиперповерхности.
82. Аффинные инварианты уравнения гиперповерхности второго порядка.
83. Пересечение гиперповерхности с прямой.
84. Асимптотические направления.
85. Центр.
86. Уравнение гиперповерхности второго порядка относительно репера, начало которого находится в центре гиперповерхности.
87. Диаметральные гиперплоскости.
88. Сопряженность направлений относительно гиперповерхности второго порядка.
89. Касательная гиперплоскость.

90. Уравнения касательных плоскостей с поверхностям второго порядка, заданным каноническими уравнениями.

91. Классификация кривых второго порядка на аффинной и евклидовой плоскостях.

92. Классификация поверхностей второго порядка в аффинном и евклидовом трехмерных пространствах.

93. Проективное пространство.

94. Проективный репер.

95. Прямые, плоскости и гиперповерхности проективного пространства.

96. Группа проективных преобразований.

97. Однородные координаты.

98. Проективная классификация кривых и поверхностей второго порядка.

Типовые практические задания

1. Найти уравнение параболы, симметричной относительно оси Ox , проходящей через точки $(0; 0)$ и $(1; -3)$.

2. Найдите объем тетраэдра, вершины которого находятся в точках $A(5; 1; -4)$, $B(1; 2; -1)$, $C(3; 3; -4)$, $D(2; 2; 2)$.

3. Найдите площадь параллелограмма, построенного на векторах \vec{a} и \vec{b} , если $\vec{a} = \vec{p} - 2\vec{q}$, $\vec{b} = 2\vec{p} - \vec{q}$, $|\vec{p}| = 1$, $|\vec{q}| = 3$, угол между векторами \vec{p} и \vec{q} равен $\frac{\pi}{4}$.

4. Составьте уравнение параболы, если даны ее фокус $F(7; 2)$ и директриса $x - 5 = 0$.

5. Даны вершины треугольника $A(-1; 5)$, $B(-2; 0)$, $C(3; -1)$. Определить его внутренний угол при вершине B . Найти уравнение высоты AK .

6. Даны векторы $\vec{a} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$ и $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$. Чему равно выражение $\vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$?

7. Найдите площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{OA} = 4\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ та $\vec{OB} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$.

8. Составьте уравнение линии, для каждой точки которой отношение расстояний до точки $A(-8; 0)$ до прямой $x = -2$ равно числу $\varepsilon = 2$. Полученное уравнение привести к каноническому виду и построить кривую.

9. Найти каноническое уравнение гиперболы, зная, что вещественная полуось $a = \sqrt{2}$, а эксцентриситет $\varepsilon = \sqrt{1,5}$.

10. Составьте уравнения прямых, проходящих через вершины треугольника $A(5; -4)$, $B(-1; 3)$, $C(-3; -2)$ параллельно противоположным сторонам.

11. Через точки $M_1(-1, 2)$ и $M_2(2, 3)$ проведена прямая. Определите точки пересечения этой прямой с осями координат.

12. Эксцентриситет гиперболы $\varepsilon = \frac{3}{2}$, центр ее лежит в начале координат, одна из директрис дана уравнением $x + 8 = 0$. Вычислите расстояние от точки M гиперболы с абсциссой, равной 10, до фокуса, соответствующего заданной директрисе.

13. Составьте уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-2}{2}$ перпендикулярно к плоскости $3x + 2y - z - 5 = 0$.

14. Найти точку Q симметричную точке $P(-5, 13)$ относительно прямой $2x - 3y - 3 = 0$.

15. Составьте уравнение окружности, проходящей через точки $M_1(-1, 2)$, $M_2(-2, -2)$, $M_3(5, 5)$.

Примерные задания для контрольных работ:

Элементы векторной алгебры.

1. Даны векторы $a(x, 1, -1)$ и $b(1, 0, 1)$ в ортонормированном базисе. При каких значениях x справедливо равенство $(\vec{a} + 3\vec{b})^2 = (\vec{a} - 2\vec{b})^2$?

2. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – параллелепипед, M , N – точки пересечения диагоналей граней $BAA_1 B_1$ и $DAA_1 D_1$ соответственно. K делит ребро CC_1 в отношении 1:2. Найти отношение объема данного параллелепипеда к объему тетраэдра, $AMNK$.

Прямые на плоскости, плоскости и прямые в пространстве

1. Найдите точку, симметричную точке $R(2, -5, 7)$ относительно прямой, проходящей через точки $A(5, 4, 6)$ и $B(-2, -17, -8)$

2. На прямой $x + 2y + z - 1 = 0$, $3x - y + 4z - 29 = 0$ найдите точку, одинаково удаленную от двух данных точек $A(3, 11, 4)$ и $B(-5, -13, -2)$

3. Составьте уравнения прямой, проходящей через точку $K(2, 1, -1)$, которая перпендикулярна прямым $x - y - 3 = 0$, $x - 2y + z = 0$ и $x = 1 + t$, $y = -2 + 7t$, $z = 1 - t$.

Исследование кривой второго порядка на плоскости по ее общему уравнению.

1. Не приводя к каноническому виду уравнение линии 2-го порядка $4x^2 -$

$12xy + 9y^2 - 36x + 54y + 100 = 0$, определите ее вид.

2. Определите, существует ли общий диаметр у линий $x^2 - xy - 2y^2 - x - y = 0$ и $x^2 + 2xy + y^2 - x + y = 0$. Напишите уравнение их общего диаметра, если он существует. Если не существует, объяснить, почему.

Поверхности второго порядка в пространстве

1. Составьте уравнение кругового конуса, вершина которого находится в точке $A(1, 2, 3)$, направляющий вектор оси имеет координаты $\{2, 2, -1\}$, а угол между образующими конуса и осью равен $\pi/6$.

2. Найти уравнение прямолинейных образующих однополостного гиперболоида $x^2 + 9y^2 - z^2 = 9$, проходящих через точку $A(3, 1/3, -1)$.

Преобразования точек плоскости

1. Доказать, что формулы $x' = -x + 6$, $y' = -y$ в прямоугольной декартовой системе координат являются формулами движения. Определить его тип, найти определяющие его элементы, написать уравнения инвариантных прямых.

2. Построить прообраз произвольной прямой при родстве, которое задано парой перпендикулярных инвариантных прямых p и q и парой соответствующих прямых m и m' .

Проективная геометрия

1. Гомология задана осью dx , центром S и парой соответствующих точек A и A' . Построить прообраз данной прямой p .

2. Даны три точки овальной линии u и касательные к u в двух из них. Через третью точку проведена прямая. Построить точку пересечения этой прямой с u с помощью теоремы Паскаля.

2.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Теоретические вопросы для проведения зачета, экзамена

1. Геометрические преобразования.
2. Аффинные преобразования в координатах. Композиция аффинных преобразований.
3. Центро-аффинные преобразования и переносы. Группа аффинных преобразований. Аффинные преобразования первого и второго рода.
4. Неподвижные точки и инвариантные направления. Преобразования родства.
5. Гомотетия. Преобразование m -родства.
6. Сохранение площадей и объемов при аффинных преобразованиях. Аффинные понятия и аффинные свойства фигур.
7. Определение и свойства изометрических преобразований. Движения в координатах. Группа движений.
8. Классификация движений плоскости (плоская теорема Шаля). Разложение движения плоскости в композицию симметрий.
9. Центр композиции двух поворотов плоскости. Поворот пространства. Углы Эйлера.

10. Винтовые движения. Скользящая симметрия. Зеркальная симметрия.
11. Классификация движений пространства (пространственная теорема Шаля).
12. Директориальные свойства кривых второго порядка.
13. Парабола. Каноническое уравнение параболы.
14. Эллипс. Каноническое уравнение. Параметры.
15. Гипербола. Каноническое уравнение гиперболы и ее параметры.
16. Фокальные свойства эллипса и гиперболы.
17. Касательная к кривой второго порядка в заданной точке. Уравнения касательных к эллипсу, гиперболы, параболы.
18. Оптическое свойство параболы, эллипса и гиперболы. Уравнения эллипсов, парабол и гипербол, которые отнесены к вершине.
19. Полярные координаты. Фокальный параметр эллипса, гиперболы и параболы. Уравнение эллипса, гиперболы и параболы в полярных координатах.
20. Цилиндрические поверхности второго порядка.
21. Конические поверхности второго порядка.
22. Поверхности вращения.
23. Однополостный и двуполостный гиперболоид.
24. Параболоид вращения.
25. Симметрические билинейные функционалы.
26. Квадратичные функционалы и квадратичные формы. Теорема Лагранжа.
27. Закон инерции действительных квадратичных форм. Положительно определенные формы. Критерий положительной определенности.
28. Уравнения квадрики. Взаимное расположение квадрики и прямой.
29. Асимптотические направления. Центр симметрии.
30. Диаметральные плоскости и сопряженные направления. Плоскости симметрии и главные направления.
31. Касательная плоскость. Взаимное расположение квадрики и m -плоскости. Собственные векторы симметрического оператора.
32. Приведение к центру. Приведение к главным направлениям.
33. Приведение к взаимно сопряженным направлениям. Классификация центральных квадрик.
34. Конусы. Эллипсоиды и гиперболоиды. Асимптотический конус.
35. Плоские образующие гиперболоидов. Плоские образующие максимальной размерности.
36. Параболоиды. Плоские образующие гиперболических параболоидов. Вырожденные квадрики. Обзор типов квадрик.
37. Аффинные преобразования и движения квадрик.
38. Аффинное преобразование как произведение аффинного преобразования с симметрическим оператором и движения.
39. Аффинные преобразования, переводящие квадрику в себя.
40. Эллиптические повороты. Гиперболические повороты. Параболические повороты.

41. Движения квадрик и метрические инварианты уравнений квадрик. Инварианты при вращениях. Инварианты при переносах. Инварианты при произвольных движениях.
42. Исследование уравнений квадрик при помощи метрических инвариантов.
43. Центральное проектирование. Проективное пространство.
44. Проективные координаты точек. Однородные координаты в аффинном пространстве.
45. Прямые в проективном пространстве. Плоскости. Уравнение плоскости по n -точкам.
46. Двойное отношение четырех точек.
47. Конфигурационные теоремы. Конфигурации. Теорема Дезарга.
48. Теорема Паппа-Паскаля.
49. Принцип двойственности. Двойственная теорема Паппа.
50. Теорема о полном четырехстороннике. Теорема о полном четырехугольнике. Двойное отношение двух точек и двух плоскостей.
51. Коллинеации. Группа коллинеаций. Задание коллинеации.
52. Проективные преобразования прямой. Коллинеарное отображение n -пространств. Неподвижные точки коллинеаций.
53. Корреляции. Гомологии. Аффинные гомологии.
54. Перспективное отображение плоскостей.
55. Невырожденные m -гомологии. Инволюционные коллинеации.
56. Уравнение квадрики в проективном пространстве. Взаимное расположение квадрики и прямой.
57. Касательная плоскость. Полярная плоскость и полюс. Полярное преобразование. Двойственность квадрик.
58. Упрощение уравнений квадрик.
59. Проективные свойства линий второго порядка. Поляра и полюс.
60. Теоремы Паскаля и Бриансона. Теорема Штейнера.