

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

Институт физико-математического образования, информационных и
обслуживающих технологий
Кафедра фундаментальной математики

УТВЕРЖДАЮ

Директор Института физико-
математического образования,
информационных и обслуживающих
технологий

Е.Е. Горбенко

«12» декабря 2023 г.

Приложение к рабочей программе учебной дисциплины

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
обучающихся по дисциплине

Дифференциальная геометрия и топология

Направление подготовки – 01.03.01 Математика

Профиль подготовки **Математические и цифровые технологии в
образовании**

Квалификация выпускника – бакалавр

Форма обучения – очная

Курс – 2 курс (3,4 семестры)

Разработчик

доцент Скринникова А.В.

Заведующий кафедрой фундаментальной
математики

Темникова С.В.

Протокол

от «14» декабря 2023 г. № 5

Луганск, 2023

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – неотъемлемая часть рабочей программы дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений студентов, освоивших программу дисциплины.

1.2. Цели и задачи фонда оценочных средств

Цель ФОС — установить соответствие уровня подготовки обучающегося требованиям ФГОС ВО бакалавриата по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 8 (с изменениями и дополнениями).

1.3. Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения основной образовательной программы

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций и индикаторов их достижения:

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения
Общепрофессиональные	
ОПК-1	ОПК-1.2. Имеет представление об использовании фундаментальных знаний в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

1.4. Этапы формирования компетенций и средства оценивания уровня их сформированности

Этапы формирования компетенций	Компетенции	Контрольно-оценочные средства / способ оценивания
Раздел 1. Элементы общей топологии	ОПК-1	Выполнение практического задания, устный опрос
Раздел 2. Теория кривых	ОПК-1	Выполнение практического задания, устный опрос
Раздел 3. Теория поверхностей	ОПК-1	Выполнение практического задания, устный опрос
Раздел 4. Дифференцируемые многообразия	ОПК-1	Выполнение практического задания, устный опрос
Раздел 5. Элементы римановой геометрии	ОПК-1	Выполнение практического задания, устный опрос

Раздел 6. Элементы алгебраической топологии	ОПК-1	Выполнение практического задания, устный опрос
Промежуточная аттестация	ОПК-1	Зачет, экзамен

1.5. Описание показателей формирования компетенций

Код компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели)
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	<p>Знает: основные определения и понятия изучаемых разделов дифференциальной геометрии и топологии</p> <p>Умеет: применять базовый инструментальный дифференциальной геометрии и топологии для решения прикладных задач</p> <p>Владеет: навыками применения изученных методов к решению практических задач.</p>

1.6. Критерии оценивания компетенций на разных этапах их формирования

Вид текущей учебной работы	Количество баллов
Работа на практических занятиях	20
Контроль самостоятельной работы	30
Экзамен (письменный)	50
Итого за семестр:	100

Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

Четырехбалльная система оценивания экзамена	100-балльная шкала	Буквенная шкала, соответствующая 100-балльной шкале	Система оценивания зачета
Отлично	90–100	А – отлично – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	Зачтено
Хорошо	83–89	В – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	75–82	С – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом	

		сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	
Удовлетворительно	63–74	D – удовлетворительно – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетворительно	50–62	E – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	
Неудовлетворительно	21–49	FX – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий	Не зачтено
Неудовлетворительно	0–20	F – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	

2. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

2.1. Оценочные средства текущего контроля (типовые)

Контрольные вопросы к разделу 1

1. Какая топология является сильнейшей (слабейшей)?
2. В каждом из 20 вариантов определить имеет ли пространство X тоже самое свойство, что и пространство Y , если пространство Y является: а) компактным, б) связным, в) со счетной базой, г) замкнутым подмножеством в Z , а пространство X является: 1) факторпространством пространства Y , 2) подпространством в Y , 3) замкнутым множеством в Y , 4) топологическим

пространством $Y \times Y$, 5) непрерывным образом пространством Y ?

3. Как связаны между собой операции замыкания, внутренности, взятия границы и дополнения?

4. Каждое ли открытое (замкнутое) в индуцированной топологии множество является открытым (замкнутым) в пространстве?

5. Как связаны между собой понятия связности и линейной связности?

6. Как связаны между собой разные аксиомы отделимости?

7. Что может быть компактификацией прямой, плоскости?

Типовая контрольная работа

1. Доказать, что непрерывный образ компактного пространства компактен.

2. Пример нехаусдорфова T_1 -пространства (с доказательством).

3. Доказать, что замыкание связного множества связно.

4. Пример связного и линейно связного пространства (с доказательством).

Контрольные вопросы к разделу 2

1. Как определяются регулярные кривые для разных типов их задания (параметрического, общего, как график функции)?

2. Написать уравнения ребер и граней трехгранника Серре-Френе для кривой $\mathbf{r}(t) = \{x(t), y(t), z(t)\}$.

3. Какое свойство имеет естественная (натуральная) параметризация?

4. Чему равна кривизна и кручения кривой $\mathbf{r}(t) = \{x(t), y(t), z(t)\}$?

5. Как найти ориентированную кривизну кривой $\mathbf{r}(t) = \{x(t), y(t)\}$?

6. Какими будут параметрические уравнения плоской кривой, заданной натуральным уравнением $k=k(s)$?

7. Как найти особые точки кривой $F(x, y) = 0$?

8. Что является огибающей семейства нормалей данной кривой?

9. Как с помощью кривизны и кручения определить является ли крива прямой линией, или плоской линией?

10. Как преобразуются координаты касательного вектора при изменении криволинейной системы координат?

11. Как находится длина дуги в евклидовой, полярной, сферической и цилиндрической системах координат?

12. Чему равна сумма углов треугольника в проективной геометрии и геометрии Лобачевского?

13. Описать группы изометрий проективной плоскости и плоскости Лобачевского.

14. Как риманова метрика переносится гладким отображением?

Типовая контрольная работа

1. Определить кривизну и кручение линии $x = e^t \sin t$, $y = e^t \cos t$, $z = e^t$.

2. Написать уравнение нормали к кривой $x^2 - x + y^2 = 0$, $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ в точке $(0, 0, 1)$.

3. Доказать, что кривизна кривой равна кривизне ее проекции на соприкасающуюся плоскость.

4. Доказать, что бирегулярная кривая будет плоской тогда и только тогда, когда ее кручение равно 0.

Контрольные вопросы к разделу 3

- 1 Как связаны понятия регулярности для поверхностей заданных разными способами?
- 2 Сколько ориентаций существует на поверхности?
- 3 Как связаны первые квадратичные формы изометрических поверхностей?
- 4 Как найти главные кривизны поверхности?
- 5 Как индикатриса Дюпена и полная кривизна связаны с типом точек поверхности?
- 6 Как найти главные направления поверхности? Какие их свойства?
- 7 Как найти коэффициенты связности (символы Кристоффеля) поверхности?
- 8 Каким условия должны удовлетворять 6 функций, чтобы существовала поверхность, для которой они являются коэффициентами первой и второй квадратичных форм?
- 9 На всех ли поверхностях существуют
 - а) асимптотические линии, б) линии кривизны, в) геодезические линии?
- 10 Как между собой связаны кривизна, нормальная кривизна и геодезическая кривизна кривой на поверхности?
- 11 Как найти на поверхности кривую между двумя точками с наименьшей длиной?
- 12 Какой является первая квадратичная форма поверхностей постоянной кривизны в полугеодезической системе координат?
- 13 Как меняются координаты касательного вектора при замене параметризации k -мерной поверхности?

Типовая контрольная работа

В точке $(0, 0)$ на поверхности $\mathbf{r} = \{ \cos u \cos v, \cos u \sin v, \sin u \}$

- 1) Найти среднюю и гауссову кривизны
- 2) Определить тип точек поверхности
- 3) Найти главные кривизны
- 4) Найти асимптотические линии
- 5) Вычислить символы Кристоффеля второго рода
- 6) Найти геодезические линии (диф. уравнение)

Контрольные вопросы к разделу 4

1. Какие из следующих пространств являются многообразиями: а) сфера, б) прямая из двумя нулями, в) прямая с дискретной топологией, г) проективное пространство, д) объединение двух пересекающихся прямых?
2. Будет ли объединение (произведение, непрерывный образ) многообразий многообразием?
3. Когда множество, заданное системой уравнений в евклидовом

пространстве является многообразием?

4. Как связаны понятия подмногообразия и вложенного многообразия?

5. Каждое ли погружение многообразие (компактного многообразия) без точек самопересечения является вложением?

6. Как проверить является ли многообразие ориентированным?

7. Чем отличаются ковариантные тензоры от контравариантных?

8. Как меняется валентность тензоров при алгебраических операциях с ними?

9. Как задается связность Леви-Чевита?

10. Какие компоненты имеет тензор кривизны двумерной поверхности в трехмерном пространстве?

11. Сколько существует не гомотопных между собой отображений прямой на прямую, окружности на окружность, сферы на сферу?

12. Какие из следующих пространств является стягиваемыми: 1) отрезок, 2) плоскость, 3) окружность?

13. Как зависит фундаментальная группа от выбора фиксированной точки?

14. Как внешняя форма (группы когомологий) переносится гладким отображением?

15. Какими есть степени гомотопных отображений?

Типовая контрольная работа

1. Доказать, что проективное пространство является гладким многообразием. Является ли оно замкнутым, ориентированным?

2. Доказать, что все непрерывные отображения прямой гомотопны между собой.

3. Определить степень антимодального отображения сферы.

Контрольные вопросы к разделу 5

1. Криволинейные системы координат

- Доказать, что система функций $\{y^1(x^1, x^2), y^2(x^1, x^2)\}$ задает криволинейную систему координат (y^1, y^2) в некоторой окрестности $U \subseteq \mathbb{R}^2(x^1, x^2)$ точки $P \in \mathbb{R}^2(x^1, x^2)$.

- Составить уравнения координатных линий криволинейной системы координат (y^1, y^2) , проходящих через точку P .

- Найти локальный базис криволинейной системы координат (y^1, y^2) в точке P . Сделать чертеж (координатные линии и локальный базис в точке P).

- Даны касательные векторы $\xi, \eta \in T_P U$. Найти координаты вектора ξ в криволинейной системе координат (y^1, y^2) , если $\xi \leftrightarrow (1, 2)^T$ в системе координат (x^1, x^2) и вектора η в системе координат (x^1, x^2) если $\eta \leftrightarrow (2, 1)^T$ в системе координат (y^1, y^2) .

- Вычислить функции g_{ij} криволинейной системы координат (y^1, y^2) . Является ли криволинейная система координат (y^1, y^2) ортогональной?

- Вычислить длины касательных векторов ξ и η в криволинейной системе координат (y^1, y^2) .

- Вычислить угол между векторами ξ и η в криволинейной системе координат (y^1, y^2) .

$$y^1 = x^1 + (x^2)^2, y^2 = 2x^1 - x^2, P = (2, 0) \in R(x^1, x^2).$$

2. Римановы и псевдоримановы метрики

- Показать, что метрика dl^2 , записанная в криволинейной системе координат (y^1, y^2) из задачи 1, является римановой. Записать риманову метрику dl^2 в системе координат (x^1, x^2) .

- Вычислить длины касательных векторов ξ и η из задачи 1 в римановом пространстве (U, dl^2) .

- Вычислить угол между векторами ξ и η в римановом пространстве (U, dl^2) .

- Показать, что метрика dl_1^2 , записанная в криволинейной системе координат (y^1, y^2) из задачи 1, является псевдоримановой. Привести примеры ненулевых касательных векторов $\xi_1, \xi_2, \xi_3 \in T_P U$, длины которых в псевдоримановом пространстве (U, dl_1^2) выражаются соответственно действительным, чисто мнимым числом или равны нулю.

- Выбрать самостоятельно 2 матрицы: положительно определенную для метрики dl^2 и знакопеременную для dl_1^2 . Матрицы должны иметь вид

$$G = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix},$$

где студенты выбирают значения $g_{11} = N \neq g_{22}$, студенты группы — $g_{22} = N \neq g_{11}$, N — номер варианта.

$$y^1 = (x^1)^2 - x^2, y^2 = x^1 + x^2, P = (2, 1) \in R(x^1, x^2).$$

3. Тензоры

- Вычислить тензорные произведения $T \otimes S$ к $S \otimes T$ тензоров T и S в линейном пространстве R^2 .

- Вычислить свертки тензора $T \otimes S$.

- Вычислить компоненты обратного метрического тензора (g^{ij}) .

- Поднять и опустить один индекс у тензоров T или S .

- Выписать законы преобразования компонент всех тензоров, использовавшихся при решении задачи 3.

$$T = (T^{ij}), S = (S_i^k); T_{11} = 5, T_{12} = 0, T_{21} = 0, T_{22} = 2;$$

$$S_1^1 = 3, S_2^1 = 4, S_1^2 = 0, S_2^2 = 0; g_{11} = 1, g_{12} = 1, g_{22} = 2.$$

Контрольные вопросы к разделу 6

1. Гомотопия как отношение эквивалентности.
2. Гомотопических тип.
3. Стягивающие пространства.
4. Ретракты.
5. Пространство петель.
6. Эквивалентные петли.
7. Фундаментальная группа.
8. Гомоморфизм фундаментальных групп, порожденный непрерывным отображением.
9. Фундаментальная группа гомотопически эквивалентных пространств.

2.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации

5 семестр

Вопросы к зачету:

1. Метрика. Метрическое пространство. Примеры.
2. Классификация точек в метрическом пространстве.
3. Множества в метрическом пространстве. Открытое множество. Замкнутое множество.
4. Свойства открытых и замкнутых множеств.
5. Определение топологического пространства. Примеры топологических пространств.
6. Замкнутые множества. Сравнение топологий.
7. Типы точек и подмножеств в топологическом пространстве. Свойства операции замыкания.
8. База топологии. Критерий базы.
9. Индуцированная топология. Топологическое подпространство.
10. Непрерывные отображения. Критерий непрерывности.
11. Гомеоморфизм. Топологические свойства.
12. Связные топологические пространства. Критерий связности топологических пространств. Связность объединения топологических пространств.
13. Связные подмножества действительной числовой прямой. Компоненты связности топологического пространства.
14. Линейная связность. Компоненты линейной связности топологического пространства.
15. Линейная связность и отображения. Критерий линейной связности.
16. Хаусдорфово топологическое пространство.
17. Вектор-функция скалярного аргумента.
18. Определение кривой в дифференциальной геометрии. Элементарная, простая и общая кривая.
19. Регулярная кривая и способы ее задания.

20. Касательная прямая к кривой. Достаточное условие существования касательной.
21. Соприкасающаяся плоскость к кривой. Достаточные условия существования соприкасающейся плоскости.
22. Уравнение соприкасающейся плоскости. Главная нормаль и бинормаль.
23. Трехгранник Френе. Нахождение элементов трехгранника Френе.
24. Спрямяющая кривая. Длина дуги спрямляемой кривой. Достаточное условие спрямляемости длины дуги кривой. Натуральная параметризация.
25. Кривизна кривой. Достаточное условие существования кривизны кривой.
26. Кручение кривой. Достаточное условие существования кручения.
27. Формулы Френе и натуральные уравнения кривой.
28. Основная теорема теории кривых.
29. Уравнение касательной и нормали кривой на плоскости.
30. Ориентированная кривизна. Формула для нахождения ориентированной кривизны кривой на плоскости.
31. Соприкасающаяся окружность. Эволюта. Эвольвента.
32. Особые точки плоских кривых и их классификация.
33. Огибающая однопараметрической семьи плоских кривых. Достаточное условие существования огибающей.
34. Элементарная, простая и общая поверхность.
35. Регулярная поверхность. Особые точки поверхности. Способы задания поверхностей в евклидовом пространстве.
36. Касательная плоскость и нормаль.
37. Первая фундаментальная форма поверхности.
38. Длина дуги кривой на поверхности.
39. Угол между кривыми. Дифференциал площади.
40. Понятие внутренней геометрии поверхности.
41. Изометрические и конформные отображения поверхностей.
42. Огибающая однопараметрического семейства поверхностей. Характеристики. Ребро возврата.
43. Огибающая однопараметрического семейства плоскостей. Торс.
44. Огибающая двухпараметрического семейства поверхностей.
45. Кривизна линии на поверхности. Вторая квадратичная форма.
46. Нормальная кривизна. Теорема Менье.
47. Соприкасающийся параболоид. Аффинная классификация точек двумерных поверхностей.
48. Индикатриса Дюпена. Теорема Эйлера.
49. Главные кривизны.
50. Линии кривизны.
51. Асимптотические линии и их свойства.
52. Формулы Родрига.
53. Гауссова и средняя кривизна поверхности.

54. Сопряженные направления. Сопряженные сети.
55. Сферическое изображение поверхности и гауссова кривизна.
56. Гауссова кривизна тора.
57. Разложения Гаусса и Вейнгартена. Коэффициенты Кристоффеля.
58. Теорема Гаусса. Тензор кривизны.
59. Уравнения Гаусса и Петерсона-Кодацци.
60. Существование и единственность поверхности с заданными первой и второй квадратичными формами.

5 семестр

Вопросы к экзамену:

61. Топологическое многообразие, карта, атлас. Примеры: R^n , S^n , графики.
62. Функции и отображения многообразий в локальных координатах.
63. Гладкие многообразия. Гладкая структура на многообразии.
64. Гладкие функции и отображения гладких многообразий.
65. Диффеоморфизмы. Матрица Якоби отображения.
66. Равенство размерностей диффеоморфных многообразий.
67. Перенос гладкой структуры гомеоморфизмом.
68. Теорема о неявной функции для многообразий. Подмногообразия.
69. Три определения касательного вектора. Их эквивалентность.
70. Касательное пространство. Касательное расслоение к многообразию.
71. Дифференциал отображения. Регулярные и критические точки. Регулярные и критические значения.
72. Субмерсия. Теорема о прообразе регулярного значения.
73. Погружение (иммерсия). Вложения. Примеры.
74. Существование вложения замкнутого многообразия в евклидово пространство.
75. Ориентированное многообразие. Ориентация. Задание ориентации картой. Перенос ориентации касательного пространства вдоль кривой. Примеры ориентированных и неориентированных многообразий.
76. Склеивание многоугольников. Приклеивание ручек и листов Мебиуса.
77. Теорема классификации. Триангуляция 2-мерных многообразий.
78. Канонические склейки многоугольников.
79. Характеристика Эйлера-Пуассона и род 2-мерных многообразий.
80. Связная сумма.
81. Кривые в n -мерном евклидовом пространстве E^n .
82. Базис Френе кривой в E^n .
83. Формулы Френе кривой в E^n .
84. k -мерные поверхности в n -мерном пространстве.
85. Базисные касательные векторы. Особые (сингулярные) и регулярные точки. Регулярные поверхности.
86. Замена параметризации. Касательный вектор.

87. Касательное пространство. Замена координат вектора при замене параметризации.
88. Гиперповерхности. Поверхности-графики и неявные поверхности.
89. Регулярные отображения поверхностей. Эквивалентность понятия регулярности для разных способов задания поверхности.
90. Ориентированные поверхности.
91. Алгебраические операции над тензорами.
92. Линейные комбинации, перестановка индексов, свертка, тензорное произведение, опускание и поднятие индексов, симметрирование и альтернирование.
93. Евклидова и аффинная связности, ковариантная производная по направлению.
94. Алгебраические свойства ковариантного дифференцирования.
95. Риманова связность (связность Леви-Чевита). Параллельный перенос.
96. Тензор кривизны (координатное определение).
97. Коммутатор (скобка Ли) векторных полей.
98. Инвариантное определение тензора кривизны. Симметрии тензора кривизны. Тензор кривизны поверхности.
99. Внешние дифференциальные формы как кососимметрические ковариантные тензоры.
100. Внешнее произведение. Дифференциал.
101. Когомологии де Рама. Их гомотопические свойства.
102. Степень отображения. Зависимость от точки и равенство степеней гомотопных отображений замкнутых многообразий. Применение.
103. Геодезическая кривизна. Геодезические линии. Полугеодезическая сетка. Кратчайшие на поверхности.
104. Изометричность поверхностей постоянной и одинаковой кривизны.
105. Сумма углов геодезического треугольника.
106. Риманова метрика на поверхности.
107. Локальная теорема Гаусса-Боне.
108. Поверхности постоянной кривизны. Примеры и свойства..
109. Минимальные поверхности.
110. Характеристика Эйлера-Пуассона.
111. Глобальная теорема Гаусса-Бонне. Теорема Эйлера.
112. Непрерывная система координат в области из \mathbb{R}^n . Криволинейные координаты точки. Гладкие системы координат. Матрица Якоби.
113. Стереографические координаты на сфере. Риманова метрика и скалярное произведение.
114. Псевдориманова метрика. Псевдоевклидово пространство, псевдосфера. Пространство Минковского.
115. Эллиптическая (проективная) геометрия. Группа изометрий проективной плоскости.
116. Гиперболическая геометрии (геометрия Лобачевского),

полученная с псевдосферы.

117. Модель Пуанкаре и модель верхней полуплоскости геометрии Лобачевского.

118. Дробно-линейные преобразования и изометрии плоскости Лобачевского.

119. Гомотопия как отношение эквивалентности. Гомотопических тип.

120. Стягивающие пространства. Ретракты.

121. Пространство петель. Эквивалентные петли.

122. Фундаментальная группа. Зависимость от точки. Гомоморфизм фундаментальных групп, порожденный непрерывным отображением.

123. Фундаментальная группа гомотопически эквивалентных пространств.