

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛПУ»)

Институт физико-математического образования,
информационных и обслуживающих технологий

Кафедра фундаментальной математики

УТВЕРЖДАЮ

Директор ИФМОИОТ

Е. Е. Горбенко.

« 14 » января 2023 г.

Приложение к рабочей программе учебной дисциплины

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
обучающихся по дисциплине

Уравнения математической физики

По направлению подготовки 01.03.01 Математика

Профиль подготовки Математические и цифровые технологии в
образовании

Квалификация выпускника бакалавр

Форма обучения очная

Курс 4 курс

Разработчик
заведующий кафедрой
фундаментальной математики
Темникова С.В.

Заведующий кафедрой
фундаментальной математики
Темникова С.В.

Протокол
от « 14 » января 2023 г., № 5

Луганск, 2023

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – неотъемлемая часть рабочей программы дисциплины (модуля) «Уравнения математической физики» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений студентов, освоивших программу дисциплины (модуля).

1.2. Цели и задачи фонда оценочных средств

Цель ФОС – установить соответствие уровня подготовки обучающегося требованиям ФГОС ВО бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 8 (с изменениями и дополнениями).

1.3. Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения основной образовательной программы

Процесс освоения дисциплины направлен на овладение следующими компетенциями:

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения
Профессиональные	
ПК-4 – способен разрабатывать и применять современные технологии на основе фундаментальных математических теорий, концепций и методов	ПК-4.1. Понимает значение фундаментальных математических теорий, концепций и методов для решения прикладных задач, способен использовать их при разработке современных цифровых технологий.
	ПК-4.2. Способен планировать и осуществлять деятельность по разработке и применению современных цифровых технологий на основе отбора и использования перспективных направлений исследований в области фундаментальной и прикладной математики.

1.4. Этапы формирования компетенций и средства оценивания уровня их сформированности

Этапы формирования компетенций	Компетенции	Контрольно-оценочные средства / способ оценивания
Тема 1. Классификация уравнений в частных производных. Канонический вид уравнений в частных производных.	ПК-4	<ul style="list-style-type: none">• контрольная работа;• теоретический опрос;• выполнение домашнего задания.
Тема 2. Гиперболические уравнения.	ПК-4	<ul style="list-style-type: none">• контрольная работа;• теоретический опрос;• выполнение домашнего задания.
Тема 3. Параболические уравнения.	ПК-4	<ul style="list-style-type: none">• контрольная работа;

		<ul style="list-style-type: none"> • теоретический опрос; • выполнение домашнего задания.
Тема 4. Эллиптические уравнения.	ПК-4	<ul style="list-style-type: none"> • контрольная работа; • теоретический опрос; • выполнение домашнего задания.
Промежуточная аттестация	ПК-4	экзамен

1.5. Описание показателей формирования компетенций

Код и наименование компетенции	Показатели достижения компетенций (знать, уметь, владеть)
ПК-4. Способен разрабатывать и применять современные технологии на основе фундаментальных математических теорий, концепций и методов.	<p>знать: определения основных понятий и формулировки теорем курса; основные методы решения задач математической физики;</p> <p>уметь: доказывать все теоремы, утверждения курса и применять их на практике для решения типовых задач математической физики; использовать их при разработке современных цифровых технологий;</p> <p>владеть: приёмами классификации уравнений в частных производных второго порядка и их приведения к каноническому виду; навыками решения классических краевых задач для уравнений математической физики</p>

1.6. Критерии оценивания компетенций на разных этапах их формирования

Система оценивания учебных достижений студентов очной формы обучения

Вид учебной работы	Количество баллов
7 семестр	
Выполнение домашнего задания	20
Теоретический опрос	10
Контрольная работа	20
Экзамен (письменный)	50
Итого за семестр:	100
8 семестр	
Выполнение домашнего задания	20
Теоретический опрос	10
Контрольная работа	20
Экзамен (письменный)	50
Итого за семестр:	100

Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

Четырехбалльная система оценивания экзамена	100-балльная шкала	Буквенная шкала, соответствующая 100-балльной шкале	Система оценивания зачета
Отлично	90–100	А – отлично – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые	

		практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	Зачтено
Хорошо	83–89	В – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	75–82	С – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	
Удовлетворительно	63–74	Д – удовлетворительно – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетворительно	50–62	Е – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	
Неудовлетворительно	21–49	FX – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий	Не зачтено

Неудовлетворительно	0–20	F – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	
---------------------	-------------	--	--

2. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

2.1. Оценочные средства текущего контроля (типовые)

7 семестр

Вопросы к теоретическому опросу

1. Понятие дифференциального уравнения в частных производных порядка m . Дифференциальный оператор с частными производными порядка m .
2. Понятие классического решения дифференциального уравнения в частных производных.
3. Понятие линейного дифференциального уравнения в частных производных.
4. Понятия однородного и неоднородного линейного дифференциального уравнения в частных производных.
5. Понятие квазилинейного дифференциального уравнения в частных производных.
6. Примеры простейших дифференциальных уравнений в частных производных.
7. Дифференциальные уравнения 1-го порядка, линейные относительно частных производных.
8. Применение преобразования Лапласа к решению уравнений 1-го порядка.
9. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Классификация линейных уравнений в частных производных 2-го порядка.
10. Классификация уравнений в частных производных 2-го порядка с двумя переменными. Замена независимых переменных.
11. Уравнение характеристик.
12. Канонические формы дифференциальных уравнений в частных производных.
13. Основные уравнения математической физики (уравнение колебаний). Оператор Лапласа.
14. Основные уравнения математической физики (уравнение теплопроводности).
15. Основные уравнения математической физики (стационарное уравнение). Уравнение Пуассона. Уравнение Лапласа.
16. Постановка основных краевых задач для дифференциального

уравнения 2-го порядка. Классификация краевых задач.

17. Постановка основных краевых задач для дифференциального уравнения 2-го порядка. Задача Коши.

18. Постановка основных краевых задач для дифференциального уравнения 2-го порядка. Краевая задача для уравнений эллиптического типа.

19. Постановка основных краевых задач для дифференциального уравнения 2-го порядка. Смешанная задача.

20. Постановка основных краевых задач для дифференциального уравнения 2-го порядка. Корректность постановки задач математической физики.

21. Уравнение колебаний струны и его решение методом Даламбера. Формула Даламбера.

22. Задача Коши для неоднородного уравнения колебаний.

23. Метод продолжений: первая краевая задача для уравнения колебаний на полупрямой с однородным краевым условием.

24. Метод продолжений: вторая краевая задача для уравнения колебаний на полупрямой с однородным краевым условием.

25. Уравнение колебания струны и его решение методом разделения переменных (метод Фурье). Уравнение свободных колебаний струны.

26. Уравнение колебания струны и его решение методом разделения переменных (метод Фурье). Неоднородное уравнение колебаний струны.

Семестр 8

Вопросы к теоретическому опросу

1. Задачи Штурма-Лиувилля. Собственные функции задачи Штурма-Лиувилля.

2. Одномерное уравнение теплопроводности. Постановка краевых задач.

3. Метод разделения переменных для уравнения теплопроводности. Однородная краевая задача. Функция мгновенного точечного источника.

4. Метод разделения переменных для уравнения теплопроводности. Неоднородное уравнение теплопроводности.

5. Задачи на бесконечной прямой для уравнения теплопроводности. Задача Коши.

6. Краевая задача для полуограниченной прямой.

7. Применение преобразования Лапласа к решению краевых задач.

8. Сведение неоднородных краевых условий к однородным краевым условиям.

9. Эллиптические уравнения. Уравнение Лапласа. Постановка краевых задач (задача Дирихле, задача Неймана).

10. Уравнение Лапласа в цилиндрических координатах. Фундаментальное решение уравнения Лапласа в цилиндрических координатах.

11. Уравнение Лапласа в сферических координатах. Фундаментальное решение уравнения Лапласа в сферических координатах.

12. Гармонические функции и их основные свойства (теорема об отсутствии источников, теорема о среднем значении и теорема о принципе максимального значения).

13. Решение задачи Дирихле для круга методом Фурье.

14. Решение краевых задач в шаре с использованием сферических функций. Задача Дирихле для уравнения Лапласа в шаре.

**Задания для проведения контрольной работы и
критерии их оценивания:**

Контрольная работа

Вариант № 0

1. Решить задачу Штурма-Лиувилля

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & 1 \leq x \leq 2, \\ y(1) = y'(2) = 0. \end{cases}$$

2. Методом Даламбера найти форму струны, определяемую волновым уравнением $u''_{tt} = a^2 u''_{xx}$, если в начальный момент времени ее форма и скорость удовлетворяют условиям Коши $u(x, t)|_{t=0} = f(x) = \sin x$, $u'_t(x, t) = \bar{f}(x) = x$.

3. Методом Фурье решить смешанную задачу для волнового уравнения $u''_{tt} = a^2 u''_{xx}$ на отрезке $[0; l]$, если

$$\begin{aligned} u''_{tt} &= 4u''_{xx}, & 0 < x < 2, & \quad 0 < t < \infty, \\ u(x, 0) &= f(x) = x(2-x), & u'_t(x, 0) &= \bar{f}(x) = 0, \\ u(0, t) &= 0, & u(2, t) &= 0. \end{aligned}$$

4. Найти решение смешанной задачи для уравнения теплопроводности $u'_t = a^2 u''_{xx}$ на отрезке $[0; l]$, удовлетворяющее начальному условию $u(x, 0) = \varphi(x)$, если

$$\begin{aligned} u''_{tt} &= 9u''_{xx}, & 0 < x < 5 & \quad t > 0, \\ u(x, 0) &= \varphi(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 5/2, \\ 5-x, & 5/2 < x \leq 5, \end{cases} \\ u(0, t) &= u(5, t) = 0. \end{aligned}$$

5. Найти решение уравнения теплопроводности $u'_t = 9u''_{xx}$ для неограниченного стержня $(-\infty < x < \infty, t > 0)$, удовлетворяющее начальному условию, если

$$u(x, 0) = \varphi(x) = \begin{cases} 4, & 1 \leq x \leq 2, \\ 0, & x < 1, \quad x > 2. \end{cases}$$

Критерии оценивания

Задание 1 – 4 балла.

Задание 2 – 4 балла.

Задание 3 – 4 балла.

Задание 4 – 4 балла.

Задание 5 – 4 балла.

Максимальная сумма – 20 баллов.

2.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации (экзамен)

7 семестр

Вопросы к экзамену

1. Понятие дифференциального уравнения в частных производных порядка m . Дифференциальный оператор с частными производными порядка m .

2. Понятие классического решения дифференциального уравнения в частных производных.

3. Понятие линейного дифференциального уравнения в частных производных.

4. Понятия однородного и неоднородного линейного дифференциального уравнения в частных производных.

5. Понятие квазилинейного дифференциального уравнения в частных производных.

6. Примеры простейших дифференциальных уравнений в частных производных.

7. Дифференциальные уравнения 1-го порядка, линейные относительно частных производных.

8. Применение преобразования Лапласа к решению уравнений 1-го порядка.

9. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Классификация линейных уравнений в частных производных 2-го порядка.

10. Классификация уравнений в частных производных 2-го порядка с двумя переменными. Замена независимых переменных.

11. Уравнение характеристик.

12. Канонические формы дифференциальных уравнений в частных производных.

13. Основные уравнения математической физики (уравнение колебаний). Оператор Лапласа.

14. Основные уравнения математической физики (уравнение теплопроводности).

15. Основные уравнения математической физики (стационарное уравнение). Уравнение Пуассона. Уравнение Лапласа.

16. Постановка основных краевых задач для дифференциального уравнения 2-го порядка. Классификация краевых задач.

17. Постановка основных краевых задач для дифференциального

уравнения 2-го порядка. Задача Коши.

18. Постановка основных краевых задач для дифференциального уравнения 2-го порядка. Краевая задача для уравнений эллиптического типа.

19. Постановка основных краевых задач для дифференциального уравнения 2-го порядка. Смешанная задача.

20. Постановка основных краевых задач для дифференциального уравнения 2-го порядка. Корректность постановки задач математической физики.

21. Уравнение колебаний струны и его решение методом Даламбера. Формула Даламбера.

22. Задача Коши для неоднородного уравнения колебаний.

23. Метод продолжений: первая краевая задача для уравнения колебаний на полупрямой с однородным краевым условием.

24. Метод продолжений: вторая краевая задача для уравнения колебаний на полупрямой с однородным краевым условием.

25. Уравнение колебания струны и его решение методом разделения переменных (метод Фурье). Уравнение свободных колебаний струны.

26. Уравнение колебания струны и его решение методом разделения переменных (метод Фурье). Неоднородное уравнение колебаний струны.

Семестр 8

Вопросы к экзамену

1. Задачи Штурма-Лиувилля. Собственные функции задачи Штурма-Лиувилля.

2. Одномерное уравнение теплопроводности. Постановка краевых задач.

3. Метод разделения переменных для уравнения теплопроводности. Однородная краевая задача. Функция мгновенного точечного источника.

4. Метод разделения переменных для уравнения теплопроводности. Неоднородное уравнение теплопроводности.

5. Задачи на бесконечной прямой для уравнения теплопроводности. Задача Коши.

6. Краевая задача для полуограниченной прямой.

7. Применение преобразования Лапласа к решению краевых задач.

8. Сведение неоднородных краевых условий к однородным краевым условиям.

9. Эллиптические уравнения. Уравнение Лапласа. Постановка краевых задач (задача Дирихле, задача Неймана).

10. Уравнение Лапласа в цилиндрических координатах. Фундаментальное решение уравнения Лапласа в цилиндрических координатах.

11. Уравнение Лапласа в сферических координатах. Фундаментальное решение уравнения Лапласа в сферических координатах.

12. Гармонические функции и их основные свойства (теорема об отсутствии источников, теорема о среднем значении и теорема о принципе максимального значения).

13. Решение задачи Дирихле для круга методом Фурье.

14. Решение краевых задач в шаре с использованием сферических функций. Задача Дирихле для уравнения Лапласа в шаре.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству промежуточный контроль (экзамен)

Шкала оценивания (интервал баллов)	Критерий оценивания
отлично (45-50)	Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (38-44)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (25-37)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (0-24)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач.