

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛПУ»)

Институт физико-математического образования, информационных и
обслуживающих технологий
Кафедра фундаментальной математики

УТВЕРЖДАЮ

Директор Института физико-
математического образования,
информационных и обслуживающих
технологий



 Е.Е. Горбенко
« 14 » сентября 2023 г.

Приложение к рабочей программе учебной дисциплины

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
обучающихся по дисциплине

Численные методы

По направлению подготовки 01.03.01 Математика
Профиль подготовки Математические и цифровые технологии в образовании
Квалификация выпускника бакалавр
Форма обучения очная
Курс 4

Разработчик
доцент Скринникова А.В.
Заведующий кафедрой фундаментальной
математики

 Темникова С.В.

Протокол
от « 14 » сентября 2023 г. № 5

Луганск, 2023

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – неотъемлемая часть рабочей программы дисциплины «Численные методы» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений студентов, освоивших программу дисциплины.

1.2. Цели и задачи фонда оценочных средств

Цель ФОС — установить соответствие уровня подготовки обучающегося требованиям ФГОС ВО бакалавриата по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 8 (с изменениями и дополнениями).

1.3. Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения основной образовательной программы

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций и индикаторов их достижения:

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения
Общепрофессиональная	
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	ОПК-1.2. Имеет представление об использовании фундаментальных знаний в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

1.4. Этапы формирования компетенций и средства оценивания уровня их сформированности

Этапы формирования компетенций	Компетенции	Контрольно-оценочные средства / способ оценивания
Раздел 1. Основы теории погрешностей	ОПК-1	Оценивание решения задач у доски, письменные домашние задания, устный опрос, проверка написанных алгоритмов
Раздел 2. Системы линейных алгебраических уравнений.	ОПК-1	Оценивание решения задач у доски, письменные домашние задания, устный опрос, проверка написанных алгоритмов
Раздел 3. Нелинейные уравнения и системы нелинейных уравнений.	ОПК-1	Оценивание решения задач у доски, письменные домашние задания, устный опрос, проверка написанных алгоритмов
Раздел 4. Экстремальные задачи.	ОПК-1	Оценивание решения задач у доски, письменные домашние задания, устный опрос, проверка

		написанных алгоритмов
Раздел 5. Интерполяция и наилучшие приближения.	ОПК-1	Оценивание решения задач у доски, письменные домашние задания, устный опрос, проверка написанных алгоритмов
Раздел 6. Дифференцирование и интегрирование функций.	ОПК-1	Оценивание решения задач у доски, письменные домашние задания, устный опрос, проверка написанных алгоритмов
Раздел 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения.	ОПК-1	Оценивание решения задач у доски, письменные домашние задания, устный опрос, проверка написанных алгоритмов
Раздел 8. Краевые задачи.	ОПК-1	Оценивание решения задач у доски, письменные домашние задания, устный опрос, проверка написанных алгоритмов, рефератов
Промежуточная аттестация	ОПК-1	Экзамен

1.5. Описание показателей формирования компетенций

Код компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели)
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	знает источники и виды погрешностей при решении задач, основные численные методы решения линейных и нелинейных алгебраических уравнений, методы обработки экспериментальных данных (интерполяция и приближение), численные методы интегрирования и дифференцирования, численные методы решения дифференциальных уравнений в обыкновенных дифференциалах и экстремальных задач, умеет корректно применять численные методы для решения математически формализованных задач, владеет навыками применения численных методов к решению практических задач.

1.6. Критерии оценивания компетенций на разных этапах их формирования

Вид текущей учебной работы	Количество баллов
Работа на практических занятиях	20
Контроль самостоятельной работы	30
Экзамен (письменный)	50
Итого за семестр:	100

Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

Четырехбалльная система оценивания экзамена	100-балльная шкала	Буквенная шкала, соответствующая 100-балльной шкале	Система оценивания
---	--------------------	---	--------------------

			зачета
Отлично	90–100	А – отлично – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	Зачтено
Хорошо	83–89	В – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	75–82	С – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	
Удовлетворительно	63–74	Д – удовлетворительно – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетворительно	50–62	Е – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	
Неудовлетворительно	21–49	FX – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения	Не зачтено

		учебных заданий	
Неудовлетворительно	0–20	F – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	

2. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

2.1. Оценочные средства текущего контроля (типовые)

Вопросы для устного опроса

1. Назовите основные понятия, связанные с матрицами и векторами.
2. Что такое норма векторов и матриц? Приведите примеры норм векторов и матриц.
3. Что такое число обусловленности матрицы и как оно вычисляется?
4. Какие вы знаете группы методов решения систем линейных уравнений?
5. Какие методы относятся к прямым методам решения систем линейных уравнений?
6. Какие методы относятся к численным методам решения систем линейных уравнений?
7. Что значит решить систему уравнений?
8. Чем отличаются прямые методы решения от итерационных?
9. К какому виду приводится матрица коэффициента в прямом ходе метода Гаусса?
10. В каком случае нельзя применить метод Гаусса?
11. В чем заключается суть метода простой итерации для решения систем уравнений?
12. Как привести систему к виду с преобладающими диагональными коэффициентами?
13. В чем заключается суть метода Зейделя для решения систем уравнений?
14. Для каких систем применяется метод прогонки?
15. Какие численные методы решения СЛАУ вы знаете?
16. Каково условие прекращения итерации в итерационных методах?
17. Как проверить являются ли полученные корни истинными или ложными?
18. Чем интерполяция отличается от аппроксимации?
19. Дайте определение интерполяции.
20. Дайте определение понятию аппроксимации.
21. Что понимают под разностью невязок?

Темы для рефератов

1. Численные методы нахождения экстремумов функций
2. Численные методы решения ОДУ
3. Сравнение методов простых итераций и Зейделя решения систем линейных уравнений
4. Сравнение методов Адамса и Рунге-Кутты решения ОДУ
5. Сравнение методов Эйлера и Рунге-Кутты решения ОДУ
6. Сравнение методов простых итераций и Зейделя решения систем нелинейных уравнений

Вопросы для проведения домашней контрольной работы

1. Источники и виды погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности.
2. Интерполирование функции многочленами Лагранжа.
3. Интерполяционные формулы Ньютона.
4. Интерполирование сплайн-функциями.

5. Метод наименьших квадратов.
6. Вычисление определенного интеграла по формулам прямоугольников.
7. Вычисление определенного интеграла по формуле трапеции.
8. Вычисление определенного интеграла по формуле Симпсона.
9. Квадратурные формулы интерполяционного типа.
10. Метод Рунге апостериорной оценки погрешности вычисления определенного интеграла.
11. Метод Гаусса вычисления определенного интеграла.
12. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
13. Решение системы линейных алгебраических уравнений специального вида методом прогонки.
14. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Якоби

Практические задания

1. Решить систему методами простых итераций и Зейделя.

$$\begin{cases} x_1 - \frac{x_2^2}{3} = 1; \\ x_2 + \frac{1}{x_1 + 1} = -1; \end{cases}$$

2. Решить систему методами Якоби и Зейделя.

$$\begin{cases} -x_1 + 2 \cdot x_2 = -3; \\ 3x_1 + x_2 = 2; \end{cases}$$

3. Решить систему методом Ньютона

$$\begin{cases} x_1 - \frac{x_2^2}{3} = -0,5; \\ x_2 + \frac{x_1^2}{2} = 1; \end{cases}$$

4. Выполнить численное интегрирование выражения $\sin^3 x \cos x$ методами левых, правых прямоугольников, Адамса, Симпсона с точностью до 0,001 на $[0; \pi/2]$.

2.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации (экзамен)

1. Приближенные числа, их абсолютные и относительные погрешности. Значение и верные цифры приближенного числа.

2. Решить ОДУ методом конечных разностей

$$y'' - 5y' = 3x^2 + \sin 5x, \quad y(0) = 3,0200, \quad y(0,5) = 14,0755.$$

3. Решить методом Ньютона $x^4 - 26x^3 + 131x^2 - 226x + 120 = 0$.

4. Построение интерполяционного многочлена Ньютона с разделенными разностями.

5. Решить ОДУ методом конечных разностей

$$y'' + 4y' + 4y = xe^{2x}, \quad y(0) = 0,9688, \quad y(1,5) = 1,3798.$$

6. Решить методом деления пополам $e^x - x - 1,25 = 0$.

7. Кусочно-линейная интерполяция функции Рунге.

8. Найти решение ОДУ методом Эйлера $y'' + 4y' + 4y = 0$ при $y(0) = 1, y'(0) = -1$ с шагом 0,1 на отрезке $[0; 4]$.

9. Решить методом простой итерации $x - 1,25 \ln x - 125 = 0$.

10. Метод Зейделя решения систем линейных уравнений.

11. Выполнить численное интегрирование выражения $\sin^3 x \cos x$ методом Симпсона с

точностью до 0,001 на $[0; \pi/2]$.

12. Каждое ребро куба, измеренное с точностью до 0,02 см, оказалось равным 10 см. Найти абсолютные и относительные погрешности вычисления объема куба.

13. Приближение функции по методу наименьших квадратов.

$$A = \begin{pmatrix} 5,9 & 1,2 & 2,1 & 0,9 \\ 1,2 & 7,2 & 1,5 & 2,5 \\ 2,1 & 1,5 & 9,8 & 1,3 \\ 0,9 & 2,5 & 1,3 & 6,1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2,1 \\ 5,3 \\ 1,3 \\ 1,6 \end{pmatrix}$$

14. Дано . Найти решение уравнения $AX=B$.

15. С каким числом верных знаков должен быть известен свободный член уравнения

$x^2 - 2x + \lg 2 = 0$, чтобы получить корни с 4-мя верными знаками?

16. Опишите алгоритм метода Ньютона. В чем достоинство и недостаток этого метода?

17. Выполнить численное интегрирование выражения $x^x(\ln x + 1)$ методом трапеций с точностью до 0,001 на $[1; 3]$.

18. Решить методом половинного деления $0,1 \sin x + x^3 - 1 = 0$ с точностью 0,01.

19. Локализация корней нелинейного уравнения.

20. Решить ОДУ методом конечных разностей, при

$y'' + 0,5x y' + (1 + 2\pi^2 x^2)y = 4x$, $y(0) = 1$, $y(1) = 1,367$.

$$A = \begin{pmatrix} 5,4 & 1,2 & 2,1 & 0,9 \\ 1,2 & 7,2 & 1,5 & 2,5 \\ 2,1 & 1,5 & 9,8 & 1,3 \\ 0,9 & 2,5 & 1,3 & 6,1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2,0 \\ 5,3 \\ 10,3 \\ 12,6 \end{pmatrix}$$

21. Дано . Найти решение уравнения $AX=B$ методом Зейделя.

22. Оценка погрешности метода конечных разностей для краевой задачи.

23. Методом Рунге-Кутты решить $x^2 y'' - 2y = 0$ при $y(1) = 0,83$, $y'(1) = 0,66$ на $[1; 5]$ с шагом 0,1.

24. Решить методом Ньютона уравнение $\sqrt{1-x} - \operatorname{tg} x = 0$ с точностью 0,01.