

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

Институт физико-математического образования, информационных и  
обслуживающих технологий  
Кафедра фундаментальной математики

УТВЕРЖДАЮ

Директор Института физико-  
математического образования,  
информационных и обслуживающих  
технологий

  
Е.Е. Горбенко  
« 04 » января 2023 г.

Приложение к рабочей программе учебной дисциплины

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации  
обучающихся по дисциплине

Математическая логика и теория алгоритмов

По направлению подготовки 01.03.01 Математика  
Профиль подготовки Математические и цифровые технологии в образовании  
Квалификация выпускника бакалавр  
Форма обучения очная  
Курс 1 курс

Разработчик  
доцент Скринникова А.В.  
Заведующий кафедрой фундаментальной  
математики

  
Темникова С.В.

Протокол  
от « 04 » января 2023 г. № 5

Луганск, 2023

## 1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – неотъемлемая часть рабочей программы дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений студентов, освоивших программу дисциплины.

### 1.2. Цели и задачи фонда оценочных средств

Цель ФОС – установить соответствие уровня подготовки обучающегося требованиям ФГОС ВО бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 8 (с изменениями и дополнениями) и Профессиональными стандартами, утвержденными Приказами Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации «Об утверждении профессионального стандарта» от 5 августа 2016 г. № 422н; от 22 сентября 2021 г. № 652н; от 20 июля 2022 № 425н.

### 1.3. Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения основной образовательной программы

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций и их индикаторов:

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения
Профессиональные	
ПК-4	ПК-4.1. Понимает значение фундаментальных математических теорий, концепций и методов для решения прикладных задач, способен использовать их при разработке современных цифровых технологий

### 1.4. Этапы формирования компетенций и средства оценивания уровня их сформированности

Этапы формирования компетенций	Компетенции	Контрольно-оценочные средства / способ оценивания
Раздел 1 Алгебра высказываний	ПК-4	Выполнение практического задания, устный опрос
Раздел 2 Логика предикатов	ПК-4	Выполнение практического задания, устный опрос
Раздел 3 Элементы темпоральной и нечеткой логики	ПК-4	Выполнение практического задания, устный опрос
Раздел 4 Элементы теории алгоритмов	ПК-4	Выполнение практического задания, устный опрос
Промежуточная аттестация	ПК-4	Экзамен

### 1.5. Описание показателей формирования компетенций

Код и наименование компетенции	Показатели достижения компетенций (знать, уметь, владеть)
--------------------------------	---

ПК-4. Способен разрабатывать и применять современные технологии на основе фундаментальных математических теорий, концепций и методов.	<b>знает</b> основные понятия, аксиомы и теоремы логики высказываний, логики предикатов, нечеткой, темпоральной и алгоритмической логики, <b>умеет</b> доказывать математические теоремы, применять методы математической логики и теории алгоритмов для решения профессиональных задач, <b>владеет</b> навыками использования методов математической логики для формализации рассуждений, навыками алгоритмического описания при анализе управленческих задач в научно-технической сфере
---	---

### 1.6. Критерии оценивания компетенций на разных этапах их формирования

Вид текущей учебной работы	Количество баллов
Работа на практических занятиях	20
Контроль самостоятельной работы	30
Экзамен (письменный)	50
Итого за семестр:	100

### Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

Четырехбалльная система оценивания экзамена	100-балльная шкала	Буквенная шкала, соответствующая 100-балльной шкале	Система оценивания зачета
Отлично	<b>90–100</b>	<b>А</b> – отлично – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	Зачтено
Хорошо	<b>83–89</b>	<b>В</b> – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	<b>75–82</b>	<b>С</b> – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	

Удовлетворительно	<b>63–74</b>	<b>D</b> – удовлетворительно – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетворительно	<b>50–62</b>	<b>E</b> – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	
Неудовлетворительно	<b>21–49</b>	<b>FX</b> – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий	Не зачтено
Неудовлетворительно	<b>0–20</b>	<b>F</b> – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	

## 2. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

### 2.1. Оценочные средства текущего контроля

#### Вопросы для устного опроса:

1. Булевы функции, понятия КНФ и ДНФ.
2. Теорема Поста о предполных классах.
3. Полные и неполные системы связей.
4. Формулы логики предикатов, их истинность в системах данной сигнатуры.
5. Предложения о конгруэнтных формулах и предваренной форме.
6. Основные эквивалентности.
7. Фильтры и ультрафильтры, две теоремы о них.
8. Теорема об ультрапроизведениях и компактности.
9. Предложения о нестандартной модели арифметики и бесконечных моделях.
10. Исчисление предикатов (ИП). Теорема о существовании модели.

11. Теоремы о полноте ИП и независимости аксиом.
12. ЧРФ и машины Тьюринга.
13. Рекурсивно перечислимые множества. Теорема Поста. Построение простого множества.
14. Неразрешимые проблемы. Элементарная теория арифметики. Тождественно истинные формулы ИП.
15. Нормальные формы: СКНФ, СДНФ.
16. Элементы контактно-релейных схем.
17. Противоположные и обратные теоремы.
18. NP-ложные алгоритмы.
19. Понятие трудоемкости алгоритма.
20. Алгоритмы Маркова и сфера их применения.

### **Темы для рефератов**

1. Биография и основные достижения Тьюринга А.М.
2. Биография и основные достижения Поста Э.Л.
3. Биография и основные достижения Черча А.
4. Биография и основные достижения Винера Н.
5. Биография и основные достижения Маркова А.А.
6. Биография и основные достижения Цейтина Г.С.
7. Биография и основные достижения Заде Л.

### **Вопросы для проведения домашней контрольной работы**

1. Алгоритм, свойства алгоритма
2. Высказывания. Операции над ними
3. Тождественно истинные, выполнимые, эквивалентные высказывания
4. Принцип работы машины Тьюринга
5. Принцип работы машины Поста
6. Неразрешимые алгоритмические проблемы
7. Тезис Черча
8. Вычислительная сложность алгоритмов
9. Временная сложность алгоритмов
10. Кванторы логики предикатов
11. Нечеткие множества, способы задания
12. Операции над нечеткими множествами
13. Нечеткие отношения, виды и способы задания
14. Операции с нечеткими отношениями
15. Свойства бинарных нечетких отношений
16. Правила вывода в нечеткой логике
17. Функции принадлежности, основные типы
18. Тавтологии алгебры высказываний
19. Нормальные формы: СКНФ, СДНФ
20. Элементы темпоральных логик. Основные концепции и модели представления времени.

### **Практические задания**

1. Составьте таблицу истинности булевой функции, реализованную данной формулой. Составьте по таблице истинности СДНФ и СКНФ:
2. Проверьте, будут ли эквивалентны формулы, применяя следующие способы:
  - а) составлением таблиц истинности;
  - б) приведением формул к СДНФ или СКНФ с помощью эквивалентных преобразований.
3. С помощью эквивалентных преобразований приведите формулу к ДНФ, КНФ, СДНФ, СКНФ. Постройте полином Жегалкина.

4. Найдите сокращенную, все тупиковые и минимальные ДНФ булевой функции, следующими способами:

a) методом Квайна;

b) с помощью карт Карно.

$$f(0, 1, 0) = f(1, 0, 0) = f(1, 0, 1) = 0.$$

Выяснить, каким классам Поста принадлежит данная функция.

5. Доказать секвенции:

$$1) \vdash (X \rightarrow Y) \rightarrow (\neg(X \rightarrow Y) \rightarrow X) \vdash X,$$

$$2) X, Y \rightarrow \neg(X \rightarrow Y) \vdash X \vdash \vdash (X \rightarrow \vdash Y),$$

$$3) \vdash X \rightarrow Y \rightarrow \neg(X \rightarrow Y) \vdash X \vdash \vdash Y \rightarrow X,$$

$$4) X \rightarrow Z, Y \rightarrow Z \rightarrow \neg(X \rightarrow Y) \vdash X \vdash \vdash (\vdash X \rightarrow Y) \rightarrow Z,$$

$$X \rightarrow Z, Y \rightarrow Z \vdash (\neg X \rightarrow Y) \rightarrow Z$$

$$5) X \rightarrow Y, X \rightarrow X, Y \rightarrow \neg(X \rightarrow Y) \vdash X \vdash X \rightarrow Z.$$

6. Предикатный символ  $D(x, y)$  интерпретируется на множестве натуральных чисел  $N$  как « $x$  делитель  $y$ »,  $+$  интерпретируется стандартно. Записать формулами языка  $I$ -го порядка в сигнатуре  $\{+, D\}$  условия « $x=0$ » и « $x=2$ ».

7. Привести к предваренному виду формулу

$$(\forall x)((\forall z)(z < x \rightarrow P(z)) \rightarrow P(x)) \rightarrow (\forall x)P(x).$$

Будет ли эта формула истинной на множестве натуральных чисел, когда  $<$  интерпретируется стандартно, а  $P(x)$  означает произвольное свойство натуральных чисел?

8. Проверить, что ПВ4 сохраняет тождественную истинность секвенций.

9. Показать, что  $(\forall x)A(x) \vee (\forall x)B(x) \equiv (\forall x)(A(x) \vee (\forall x)B(x))$  не является тождеством.

10. Построить стандартную машину Тьюринга, вычисляющую функцию  $x+y$ .

11. Пусть  $A = \{a_0, a_1, \dots, a_n\}$  внешний алфавит машины Тьюринга. Построить машину Тьюринга, которая меняет слово, записанное на ленте, на слово, состоящее из букв исходного, но записанных в обратном порядке.

## 2.1. Оценочные средства для промежуточной аттестации (экзамен)

1. Свойства бинарных нечетких отношений

2. Вычислительная сложность алгоритмов

3. Проверить, является ли логическая формула тавтологией:  $(A \rightarrow B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge \neg B \rightarrow (C \vee A)$ .

4. Тавтологии логики предикатов.

5. Тезис Черча

6. Преобразовать формулу к виду ССФ

$$(\forall x(B(x)) \rightarrow \exists y(A(y))) \wedge (A(y) \rightarrow \exists y(C(y))) \rightarrow (\neg A(x) \vee C(y))$$

7. Тавтологии алгебры логики.

8. Понятие нечеткого высказывания. Основные логические операции с нечеткими высказываниями

9. Преобразовать формулу к виду ССФ

$$\forall x(B(x) \rightarrow \exists z(A(z))) \wedge \exists y(A(z) \rightarrow C(y)) \rightarrow (\neg C(y) \wedge B(x))$$

10. Основные типы функции принадлежности

11. Принцип работы машины Поста

12. Преобразовать формулу к виду ССФ

$$(\forall x(A(x)) \rightarrow \exists z(C(z))) \wedge \forall y(C(z) \rightarrow B(y)) \rightarrow (A(x) \rightarrow B(y))$$

13. Дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы алгебры логики.

14. Принцип работы машины Тьюринга

15. Преобразовать формулу к виду ССФ

$$\forall x(A(x) \rightarrow B(y)) \wedge \forall y(A(x) \rightarrow (B(y) \rightarrow C(z))) \rightarrow \exists z(C(z)).$$

16. Понятие нечеткого множества. Виды и свойства нечетких множеств

17. Нормальный алгоритм Маркова

18. Приведите примеры таких значений  $a$  для которых данное высказывание

$$\exists x \in [0, a+1](x^2 - x - 2 < 0): \text{ а) истинно, б) ложно.}$$

19. Способы задания нечетких множеств

20. Марковская подстановка

21. При каких значениях высказывательных переменных формула

$$(A \wedge B) \leftrightarrow (A \vee (C \wedge B) \rightarrow A)$$
 принимает значение ложь?

22. Алгебраические операции над нечеткими множествами

23. Нормально вычислимые функции

24. Известно, что импликация  $A \rightarrow B$  истинна, а эквивалентность  $A \leftrightarrow B$  ложна. Что можно сказать о значении импликации  $B \rightarrow A$ ?

25. Расстояние между нечеткими множествами, индексы нечеткости

26. Законы де Моргана для кванторов с доказательством

27. При каких значениях высказывательных переменных формула

$$(A \rightarrow \neg B) \leftrightarrow ((A \vee C) \wedge B \rightarrow A)$$
 принимает истинное значение?

28. Нечеткие отношения, виды и способы заданий

29. Неразрешимые алгоритмические проблемы

30. Дано

$$A = \frac{0,4}{x} + \frac{0,2}{y} + \frac{0,6}{z} + \frac{1}{w}, \quad C = \frac{0,3}{x} + \frac{0,2}{y} + \frac{0,5}{z} + \frac{0,9}{w} \quad \text{и} \quad B = \frac{0,3}{x} + \frac{0,5}{y} + \frac{1}{z}.$$

Найти а) пары недоминируемых нечетких множеств, б)  $\bar{A} \cup B$ , в)  $B - A$ .

31. Операции с нечеткими отношениями

32. Оценка трудоемкости алгоритма

33. Студент решил в воскресенье закончить контрольную работу по математике и подготовиться к практическому занятию по истории, а если к нему зайдет сокурсник, проверить с ним задачи в контрольной по математике или посмотреть новый фильм. В каком случае можно сказать, что решение студента не выполнится? В ответе отрицания должны содержаться лишь в простых высказываниях.

34. Основные правила вывода в нечеткой логике

35. Проверить правильность следующего рассуждения: «Для того чтобы сдать экзамен, мне необходимо достать учебник или конспект. Я достану конспект только в том случае, если мой приятель не уедет. Мой приятель уедет, только если я сдам экзамен. Следовательно, я сдам экзамен».

36. Дано

$$A = \frac{0,4}{x} + \frac{0,2}{y} + \frac{0,6}{z} + \frac{1}{w}, \quad C = \frac{0,1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{0,2}{z} + \frac{0,8}{w} \quad \text{и} \quad B = \frac{0,3}{x} + \frac{0,5}{y} + \frac{0,9}{w}.$$

Найти а) пары недоминируемых нечетких множеств, б)  $\bar{A} \cap B$ , в)  $A - B$ .

37. Понятие предиката. Описание строения теорем с помощью предикатов

38. Выяснить, кто из четверых виновен на основе информации: “Петров виновен, только если виновен Иванов. Неверно, что виновность Сидорова влечет виновность Родионова и что Иванов виновен, а Сидоров нет”.

39. Упростите формулу  $(X \rightarrow Y) \wedge (Y \rightarrow Z) \rightarrow (X \rightarrow Z)$ .