

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

Институт физико-математического образования, информационных и
обслуживающих технологий
Кафедра высшей математики и методики преподавания математики

УТВЕРЖДАЮ

Директор института физико-
математического образования,
информационных и обслуживающих
технологий

Горбенко Е.Е.
« 06 » декабря 2023 г.



Приложение к рабочей программе учебной дисциплины

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
обучающихся по дисциплине

Избранные главы алгебры и геометрии

По направлению подготовки – 44.04.01 Педагогическое образование

Профиль подготовки – Математическое образование

Квалификация выпускника – магистр

Форма обучения – очная, заочная

Курс – 1 курс (1-2 семестр/1-3 триместр)

Разработчик

Доцент кафедры ВМ и МПМ,
Жукова Виктория Николаевна

Заведующий кафедрой
высшей математики и методики
преподавания математики

Кривко Я.П.
Протокол от «05» декабря 2023 г., № 5

Луганск, 2023

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – неотъемлемая часть рабочей программы дисциплины (модуля) «Избранные главы алгебры и геометрии» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений студентов, освоивших программу дисциплины (модуля).

1.2. Цели и задачи фонда оценочных средств

Цель ФОС – установить соответствие уровня подготовки обучающегося требованиям ФГОС ВО – магистратура по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование, программа магистратуры «Математическое образование», Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 22.02.2018 №126 (с изменениями и дополнениями).

1.3. Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения основной образовательной программы

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций и индикаторов их достижения:

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения
Профессиональные	
ПК-2. Способен владеть культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, способность понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными математическими дисциплинами, реализовывать основные методы математических рассуждений на основе общих методов научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем, пользоваться языком математики, корректно выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания	ПК-2.1. Способен владеть культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, способность понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными математическими дисциплинами. ПК-2.2. Способен реализовывать основные методы математических рассуждений на основе общих методов научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем, пользоваться языком математики, корректно выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания. ПК-2.3. Способен проектировать образовательные программы различных уровней и элементы образовательных программ в предметной области «Математика».

1.4. Этапы формирования компетенций и средства оценивания уровня их сформированности

Этапы формирования компетенций	Компетенции	Контрольно-оценочные средства / способ оценивания
Отдельные вопросы развития геометрии.	ПК-2	Устный опрос. Проверка письменных заданий
Общие вопросы аксиоматики.	ПК-2	Устный опрос. Проверка письменных заданий. Создание презентации.
Топологические пространства.	ПК-2	Устный опрос. Проверка письменных заданий
Гладкие многообразия.	ПК-2	Устный опрос. Проверка письменных заданий
Линейные операторы в векторных пространствах.	ПК-2	Устный опрос. Проверка письменных заданий.
Теория сравнений.	ПК-2	Устный опрос. Проверка письменных заданий. Создание презентации.
Группы и кольца вычетов.	ПК-2	Устный опрос. Проверка письменных заданий. Создание презентации.
Алгебра полиномов.	ПК-2	Устный опрос. Проверка письменных заданий.
Зачет	ПК-2	Устный зачет
Экзамен	ПК-2	Письменный экзамен

1.5. Описание показателей формирования компетенций

Код компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели)
ПК-2	<p>знать: современные образовательные технологии; особенности организации образовательного процесса по математике в соответствии с требованиями образовательных стандартов.</p> <p>уметь: использовать педагогически обоснованные формы, методы и приемы организации деятельности обучающихся по математике; применять современные образовательные технологии.</p> <p>владеть навыками: навыками профессиональной деятельности по реализации программ обучения математике.</p>

1.6. Критерии оценивания компетенций на разных этапах их формирования

Вид текущей учебной работы	Количество баллов	
	ОФО	ЗФО
1 семестр / 1 триместр		
Оформление конспектов лекционных и практических занятий	10	10
Подготовка и выступление на семинарском занятии	30	30
Выполнение контрольной работы	20	20

Выполнение заданий самостоятельной работы	10	10
Зачет	30	30
Всего	100	
2 семестр / 3 триместр		
Оформление конспектов лекционных и практических занятий	10	10
Работа на практических занятиях	30	30
Выполнение контрольной работы	20	20
Выполнение заданий самостоятельной работы	10	10
Экзамен	30	30
Всего	100	

Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

Четырехбалльная система оценивания экзамена	100-балльная шкала	Буквенная шкала, соответствующая 100-балльной шкале	Система оценивания зачета
Отлично	90–100	А – отлично – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	Зачтено
Хорошо	83–89	В – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	75–82	С – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	
Удовлетворительно	63–74	Д – удовлетворительно – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство предусмотренных программой обучения	

		учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетворительно	50–62	Е – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	
Неудовлетворительно	21–49	FX – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий	Не зачтено
Неудовлетворительно	0–20	F – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	

2. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

2.1. Оценочные средства текущего контроля (типовые)

Вопросы и задания для устного опроса и практических упражнений:

Контрольные вопросы

1. Какая система аксиом называется непротиворечивой?
2. Как решается вопрос о непротиворечивости системы аксиом?
3. Какая система аксиом называется независимой?
4. Как решается вопрос о независимости?
5. Какая система аксиом называется неполной (полной)?
6. Как решается вопрос полноты (неполноты) системы аксиом?

Упражнения и задачи

1. Докажите, что система аксиом группы непротиворечива.
2. Докажите, что система аксиом топологии непротиворечива.
3. Докажите, что система аксиом порядка непротиворечива.
4. Докажите, что аксиома коммутативности системы аксиом абелевой группы независима от остальных аксиом.

5. Докажите, что аксиома параллельных Евклида не зависит от остальных аксиом.

6. Докажите, что система аксиом группы является неполной.

Контрольные вопросы

1. Перечислите основные понятия системы аксиом Гильберта.

2. Перечислите группы аксиом системы аксиом Гильберта. Свойства какого основного отношения описывают аксиомы каждой группы соответственно?

3. Дайте определение отрезка. Отрезок — это множество точек?

4. Дайте определение луча. Начало луча принадлежит лучу?

5. Дайте определение угла (каркасного).

6. Дайте определение (плоского) угла. Чем отличается внутренняя область угла от внешней?

7. Какие углы называются смежными?

8. Дайте определение прямого угла.

9. Можно ли понятие «движение» принять за основное понятие системы аксиом Гильберта? Если да, то вместо какого понятия?

Упражнения и задачи

1. Докажите признаки равенства треугольников.

2. Докажите, что внешний угол треугольника больше любого внутреннего угла, с ним не смежного (Указание: постройте медиану треугольника и продлите ее).

3. Докажите, что каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон.

4. Докажите, что если при пересечении двух прямых третьей внутренние накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны (Указание: доказательство от противного. Воспользуйтесь теоремой о внешнем угле треугольника).

5. Докажите, что два перпендикуляра к одной прямой параллельны (Указание: используйте доказательство от противного).

6. Докажите, что через точку, не лежащую на прямой, проходит прямая, параллельная данной (Указание: воспользуйтесь предыдущей задачей).

Контрольные вопросы

1. Дайте общую характеристику системы аксиом Вейля. Перечислите аксиомы I–III групп (аксиомы сложения векторов, умножения вектора на число, аксиомы размерности) и следствия из аксиом I–III групп.

2. Перечислите аксиомы IV–V групп (аксиомы скалярного произведения, аксиомы откладывания векторов от точки). Дайте определение евклидова пространства по Вейлю как математической структуры.

3. Приведите определения понятий прямой, луча, отрезка, плоскости, параллелограмма, квадрата в аксиоматике Вейля.

4. Определите основные понятия системы аксиом Вейля в арифметической модели.

5. Проверьте выполнение аксиом I–III групп аксиоматики Вейля в арифметической модели.

6. Проверьте выполнение аксиом IV–V групп аксиоматики Вейля в арифметической модели.

7. Докажите, что система аксиом Вейля является полной.

Упражнения и задачи

1. Докажите неравенство треугольника в аксиоматике Вейля.

2. Докажите, что медианы треугольника пересекаются в одной точке.

3. Докажите, что если прямая, не проходящая через вершины треугольника, пересекает сторону треугольника, то она пересекает и одну из двух других его сторон.

4. Используя аксиоматику Вейля, докажите:

а) теорему о средней линии треугольника;

б) теорему косинусов;

в) теорему синусов;

г) теорему о двух перпендикулярах;

д) теорему о трех перпендикулярах.

5. Докажите эквивалентность систем аксиом Вейля и Гильберта евклидовой геометрии.

Контрольные вопросы

1. Перечислите основные понятия и основные отношения системы аксиом Александрова.

2. Дайте характеристику линейных аксиом.

3. Дайте определение понятия угла. Что называется поперечной угла.

4. Дайте определение равных углов.

5. Перечислите плоскостные аксиомы.

6. Докажите, что отношение равенства отрезков рефлексивно, симметрично и транзитивно.

7. Докажите, что отношение равенства углов рефлексивно, симметрично и транзитивно.

8. Введите понятие суммы и разности отрезков.

9. Введите понятие больше « $>$ » для отрезков.

10. Докажите, что у каждого отрезка есть середина (т. е. отрезок можно разделить пополам).

11. Докажите существование и единственность длины отрезка.

12. Дайте определение понятия фигуры.

13. Является ли прямая фигурой?

14. Введите координаты на прямой.

Упражнения и задачи

1. Докажите признаки равенства треугольников (Указание: докажите сначала третий признак равенства).

2. Что такое построение? Построения циркулем и линейкой.

3. Докажите, что через любые две точки проходит единственная прямая.

4. Докажите существование и единственность перпендикуляра.

5. Докажите, что через точку, не лежащую на данной прямой, проходит единственная прямая, параллельная данной.

6. Докажите, что через две точки пространства проходит единственная прямая.
7. Докажите, что если прямая имеет с плоскостью две общие точки, то она содержится в этой плоскости.
8. Докажите, что вдоль любого отрезка от данного его конца можно отложить отрезок, равный данному, и при том только один.
9. Докажите, что через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит единственная плоскость.
10. Докажите, что всякая плоскость α делит все не принадлежащие ей точки на два класса так, что отрезок, соединяющий точки одного класса, не пересекает α , а отрезок, соединяющий точки разных классов, пересекает α .

Проверка знания теоретического материала

Контрольные вопросы

1. Дайте определение длины отрезка.
2. Докажите существование длины отрезка в аксиоматике Д. Гильберта.
3. Докажите существование длины отрезка в аксиоматике Л. С. Атанасяна.
4. Докажите единственность длины отрезка.
5. Перечислите аксиомы площади.
6. По какой схеме строится теория площади многоугольника?
7. Дайте определение равновеликих и равноставленных фигур.

Упражнения и задачи.

1. Докажите теорему о площади прямоугольника на основе системы аксиом:
 - а) Гильберта;
 - б) Александрова;
 - в) Атанасяна.
2. Получите формулы для площадей:
 - а) параллелограмма;
 - б) треугольника;
 - в) трапеции.
3. Докажите, что если две фигуры равноставлены, то они равновелики. Справедливо ли обратное?

2.3 Оценочные средства для промежуточной аттестации (экзамен)

Теоретические вопросы

1. Какова структура «Начал» Евклида?
2. В чем сущность аксиоматического метода?
3. Какие понятия в аксиоматической теории называются основными?
4. В чем отличие аксиом от теорем?
5. Дайте определение математической структуры.
6. Что называется теорией?
7. Какие системы аксиом называются эквивалентными?
8. Дайте определение структуры группы, абелевой группы. Приведите примеры абелевых и неабелевых групп.
9. Дайте определение топологической структуры. Как определяется естественная топологическая структура на множестве действительных чисел?
10. Дайте определение структуры порядка. Приведите примеры частично упорядоченного множества и вполне упорядоченного. Как вводится естественная структура порядка во множестве действительных чисел?
11. Что называется моделью (интерпретацией) системы аксиом? Приведите примеры.
12. Какие модели системы аксиом называются изоморфными? Приведите примеры изоморфных и неизоморфных моделей.

Практические задания

1. Приведите пример математической структуры с одним базисным множеством и двумя основными отношениями (Указание: например, векторное пространство).
2. Пусть V — n -мерное векторное пространство над полем действительных чисел. Определите структуру аффинного пространства с пространством переносов V (Указание: определите операцию внешней суммы точки и вектора).
3. Докажите, что группы $(\mathbb{R}, +)$ и (\mathbb{R}^+, \cdot) изоморфны. Приведите примеры неизоморфных групп (Указание: рассмотрите обратимую функцию, определенную на множестве \mathbb{R} , значений которой составляет \mathbb{R}^+).
4. Докажите, что группа поворотов плоскости вокруг данной точки на углы $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ и группа классов вычетов целых чисел по модулю 4 — изоморфные модели системы аксиом структуры группы.
5. Докажите, что аффинные пространства A_m и A_n неизоморфны при $m \neq n$ (Указание: введите систему координат.)

2.4. Вопросы и задания для проведения диагностической работы

1. Понятие множества. Операции над множествами. Отображение множеств.
2. Мощность множеств. Сравнение мощностей. Множества мощности континуума.
3. Понятие эквивалентности и счетности множеств.
4. Несчетность множества действительных чисел.
5. Теорема Кантора - Бернштейна.
6. Построение взаимно-однозначных соответствий между различными множествами мощности континуум.
7. Элементы метрических пространств. Евклидово пространство. Предельные, изолированные и граничные точки.
8. Строение открытых и замкнутых множеств на прямой.
9. Совершенные множества. Канторово множество.
10. Понятие точки конденсации.
11. Теоремы: Линделефа, Кантора-Бендиксона, Бореля-Лебега.
12. Элементарные множества. Мера элементарных множеств.
13. Мера Лебега. Свойства меры Лебега.
14. Признак Валле-Пуссена. σ - аддитивность меры Лебега.
15. Пример неизмеримого множества.
16. Измеримость объединения и пересечения счетного числа измеримых множеств.
17. Измеримость открытых и замкнутых множеств.
18. Измеримость по Лебегу множества, измеримого по Жордану.
19. Обобщение понятия меры Лебега.
20. Понятия кольца, σ - кольца, σ - алгебры.
21. Понятие измеримых функций.
22. Свойства измеримых функций.
23. Понятие эквивалентности измеримых функций.
24. Сходимость почти всюду и по мере.
25. Теорема Егорова.
26. Теорема Лузина.
27. Интеграл Лебега от простых функций и его свойства.
28. Общее определение интеграла Лебега и его свойства.
29. Теорема об абсолютной непрерывности интеграла Лебега.
30. Теорема Лебега.
31. Теорема Леви.
32. Теорема Фату.
33. Сравнение интегралов Римана и Лебега.
34. Интеграл Лебега по множеству бесконечной меры.
35. Понятие прямого произведения мер. Теорема Фубини
36. Дифференцируемость функции комплексной переменной. Условия Коши-Римана.
37. Свойства аналитических функций. Геометрический смысл производной.
38. Дробно-линейные функции: инвариантность двойного отношения, круговое свойство.

39. Сохранение симметрии. Примеры типовых дробно-линейных отображений.
40. Функция Жуковского.
41. Показательная функция. Тригонометрическая и гиперболическая функции.
42. Интегральная теорема Коши и ее обобщения.
43. Неопределенный интеграл и теорема о первообразной.
44. Интегральная формула Коши.
45. Дифференцирование интеграла по параметру.
46. Теоремы Морера и Лиувилля.
47. Равномерно и нормально сходящиеся ряды аналитических функций.
48. Аналитичность суммы степенного ряда. Теорема Тейлора.
49. Теорема единственности и ее следствия.
50. Ряды Лорана. Теорема Лорана.
51. Классификация изолированных особых точек. Устранимая особая точка. Полюс.
52. Существенно особая точка. Теорема Сохоцкого. Теорема Пикара (без доказательства).
53. Теоремы о вычетах и полной сумме вычетов. Вычет относительно полюса.
54. Вычисление интегралов при помощи вычетов. Лемма Жордана.
55. Логарифмический вычет. Принцип аргумента. Теорема Руше.
56. Теорема об образе области. Принцип максимума и минимума модуля аналитической функции.
57. Однолистность и нули производной.
58. Теорема Римана, принцип соответствия границ.
59. Типичные ситуации аналитического продолжения.
60. Особые точки на границе круга сходимости степенного ряда.
61. Гармонические функции и их связь с аналитическими функциями.
62. Формула среднего значения, принцип максимума и теорема единственности для гармонических функций.
63. Первообразная и неопределенный интеграл.
64. Свойства неопределенного интеграла.
65. Интегралы от основных элементарных функций.
66. Приемы интегрирования: разложением, заменой переменной, по частям.
67. Интегрирование простейших рациональных дробей.
68. Интегрирование некоторых видов иррациональностей.
69. Интегрирование тригонометрических функций.
70. Признаки сходимости для знакопостоянных и знакочередующихся рядов.