

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
ЛУГАНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
ЛУГАНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ  
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ГОУ ВО ЛНР «ЛГПУ»)

Институт физико-математического образования,  
информационных и обслуживающих технологий

Кафедра фундаментальной математики

УТВЕРЖДАЮ

Директор Института физико-  
математического образования,  
информационных и обслуживающих  
технологий


 Е.Е. Горбенко.  
« 05 » \_\_\_\_\_ 20 22 г.

Приложение к рабочей программе учебной дисциплины

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации  
обучающихся по дисциплине  
Математический анализ

Направление подготовки – 44.03.04 Профессиональное обучение (по отраслям)  
Профиль подготовки – Разработка программного обеспечения  
образовательных систем  
Квалификация выпускника – бакалавр  
Форма обучения – очная / заочная  
Курс – 1, 2 курсы (1-3 семестры / 3-5 триместры)

Разработчик  
канд. тех. наук, доц.  
Темникова Светлана Владимировна

И.о. заведующего кафедрой  
фундаментальной математики  
 Темникова С.В.  
«27» апреля 2022 г.

Луганск, 2022

## 1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 1.1. Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения основной образовательной программы

Процесс освоения дисциплины направлен на овладение следующими компетенциями:

- способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач (УК – 1);
- готовность к использованию методов и инструментальных средств исследования объектов профессиональной деятельности (ПК – 4).

### 1.2. Этапы формирования компетенций и средства оценивания уровня их сформированности

Этапы формирования компетенций	Компетенции	Контрольно-оценочные средства / способ оценивания
Раздел 1. Введение в математический анализ	УК-1; ПК-4.	контрольная работа №1; теоретический опрос №1; индивидуальные задания.
Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	УК-1; ПК-4.	контрольная работа №2; теоретический опрос №2; индивидуальные задания.
Промежуточная аттестация (1 семестр)	УК-1; ПК-4.	экзамен (письменный)
Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной	УК-1; ПК-4.	контрольные работы №1 и №2; теоретические опросы; индивидуальные задания.
Промежуточная аттестация (2 семестр)	УК-1; ПК-4.	экзамен (письменный)
Раздел 4. Ряды	УК-1; ПК-4.	контрольная работа №1; теоретический опрос №1; индивидуальные задания.
Раздел 5. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных	УК-1; ПК-4.	контрольная работа №2; теоретический опрос №2; индивидуальные задания.
Раздел 6. Интегральное исчисление функции нескольких переменных	УК-1; ПК-4.	контрольная работа №2; теоретический опрос №2; индивидуальные задания.
Раздел 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения	УК-1; ПК-4.	контрольная работа №2; теоретический опрос №2; индивидуальные задания.
Промежуточная аттестация (3 семестр)	УК-1; ПК-4.	экзамен (письменный)

### 1.3. Описание показателей формирования компетенций

Код компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели)
-----------------	--

УК-1	<p><b>знать:</b> основные понятия, определения, леммы, теоремы и методы математического анализа;</p> <p><b>уметь:</b> использовать методы математического анализа; решать типовые задачи; обращаться к информационным системам (Интернет, математическая литература) для пополнения и уточнения математических знаний;</p> <p><b>владеть:</b> навыками научно-исследовательского анализа и моделирования, навыками практического использования базовых знаний и методов математического анализа.</p>
ПК-4	<p><b>знать:</b> основные понятия, определения, леммы, теоремы и методы математического анализа;</p> <p><b>уметь:</b> использовать методы математического анализа; решать типовые задачи; обращаться к информационным системам (Интернет, математическая литература) для пополнения и уточнения математических знаний;</p> <p><b>владеть:</b> навыками научно-исследовательского анализа и моделирования, навыками практического использования базовых знаний и методов математического анализа.</p>

#### 1.4. Критерии оценивания компетенций на разных этапах их формирования

Вид учебной работы	Количество баллов
1 семестр	
Контрольная работа №1	15
Индивидуальные задания	10
Контрольная работа №2	15
Экзамен (письменный)	50
Итого за 1 семестр:	100
2 семестр	
Контрольная работа №1	10
Теоретический опрос № 1	5
Теоретический опрос № 2	5
Контрольная работа №2	10
Индивидуальные задания	20
Экзамен (письменный)	50
Итого за 2 семестр:	100
3 семестр	
Контрольная работа №1	10
Теоретический опрос №1	5
Контрольная работа №2	10
Теоретический опрос №2	5
Индивидуальные задания	20
Экзамен (письменный)	50
Итого за 3 семестр:	100

#### Система оценивания учебных достижений студентов заочной формы обучения

Вид учебной работы	Количество баллов
3 триместр	
Индивидуальные задания	20
Контрольная работа	20
Экзамен (письменный)	60
Итого за 3 триместр:	100
4 триместр	
Индивидуальные задания	20
Контрольная работа	20
Экзамен (письменный)	60
Итого за 4 триместр (зачет):	100
5 триместр	
Индивидуальные задания	20
Контрольная работа	20
Экзамен (письменный)	60
Итого за 5 триместр:	100

### Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

Четырехбалльная система оценивания экзамена	100-балльная шкала	Буквенная шкала, соответствующая 100-балльной шкале	Система оценивания зачета
Отлично	90–100	<b>А</b> – отлично – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	Зачтено
Хорошо	83–89	<b>В</b> – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	75–82	<b>С</b> – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	
Удовлетво-	63–74	<b>D</b> – удовлетворительно – теоретическое	



нительно		содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетворительно	<b>50–62</b>	<b>Е</b> – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	
Неудовлетворительно	<b>21–49</b>	<b>FX</b> – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий	Не зачтено
Неудовлетворительно	<b>0–20</b>	<b>F</b> – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	

### 1.5. Образец оформления экзаменационного билета

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
ЛУГАНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
ЛУГАНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ  
ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

2022/2023 учебный год

**ИНСТИТУТ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ,  
ИНФОРМАЦИОННЫХ И ОБСЛУЖИВАЮЩИХ ТЕХНОЛОГИЙ  
КАФЕДРА ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ**

экзамен (письменный) по дисциплине «Математический анализ»  
Код/названия направлений подготовки 44.03.04 Профессиональное обучение  
(по отраслям)  
ОФО/ЗФО  
1 семестр

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 0**

1. Окрестность точки на числовой прямой. Понятие предела функции в точке и его геометрический смысл.

Вычислить предел функции:  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 64}{x^2 - 7x + 12}$ .

2. Параметрический способ задания функции. Теорема о производной параметрически заданной функции.

Найти  $x'_t$ , если  $\begin{cases} x = t^2, \\ y = \frac{1}{4}t^4 - t. \end{cases}$

3. Понятие функции и способы ее задания. Действия над функциями.

Найти область определения функции:  $y = \ln x + \sqrt{64 - x^2}$ .

Утверждено на заседании кафедры фундаментальной математика, протокол  
№ 10 от 27 апреля 2022 года.

И.о. заведующего кафедрой  
фундаментальной математики

\_\_\_\_\_ Темникова С.В.

Экзаменатор

\_\_\_\_\_ Темникова С.В.

## 2. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

### 2.1. Оценочные средства текущего контроля (типовые)

#### Семестр 1

#### Вопросы к теоретическому опросу № 1

1. Множество действительных чисел. Модуль действительного числа и его свойства.
2. Ограниченные и неограниченные множества на числовой прямой. Признак ограниченности множества.
3. Понятие функции и способы ее задания. Действия над функциями.
4. Монотонные функции на числовом промежутке.
5. Четные и нечетные функции.
6. Периодические функции.
7. График функции. Элементарные преобразования графиков.
8. Окрестность точки на числовой прямой. Предельные точки множества. Понятие предела функции в точке и его геометрический смысл.
9. Первый замечательный предел (лемма о вспомогательных неравенствах; теорема о первом замечательном пределе).
10. Теоремы о пределах (теорема о единственности предела; теорема о предельном переходе в неравенствах).
11. Теоремы о пределах (теорема о пределе промежуточной функции; теорема об ограниченности функции, имеющей конечный предел).
12. Пределы суммы, разности, произведения и частного двух функций.
13. Предел функции при аргументе, стремящемся к  $\infty$ . Предел числовой последовательности.
14. Бесконечно малые функции и их свойства. Сравнение бесконечно малых функций.
15. Бесконечно большие функции и бесконечные пределы. Теорема о связи понятия бесконечно большой функции с понятием бесконечно малой функции.
16. Вычисление предела суммы, разности, произведения и частного двух функций в особых случаях.
17. Эквивалентные бесконечно малые функции и вычисление с их помощью пределов.
18. Односторонние пределы функций. Теорема о связи понятий односторонних пределов с понятием обычного предела.
19. Аксиома непрерывности множества действительных чисел. Точные границы числовых множеств. Теоремы о существовании точной верхней и точной нижней границ и их свойствах.
20. Теоремы о пределе монотонной числовой последовательности. Теорема Вейерштрасса.
21. Число  $\varepsilon$ . Теорема о втором замечательном пределе.
22. Теоремы о третьем, четвертом и пятом замечательных пределах и следствия из них.
23. Понятие непрерывной функции. Непрерывность суммы, разности, произведения и частного двух непрерывных функций. Теорема о непрерывности композиции функций.
24. Односторонняя непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва.
25. Односторонние пределы монотонных функций.
26. Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
27. Теоремы Вейерштрасса о непрерывной на отрезке функции.

#### Вопросы к теоретическому опросу № 2

28. Понятия производной и дифференцируемости функции. Теорема о связи дифференцируемости с непрерывностью функции.

29. Касательная к графику функции. Геометрический смысл дифференцируемости функции.
30. Производная суммы, разности, произведения и частного двух функций. Теорема о производной композиции двух функций.
31. Производные элементарных функций. Теорема о производной обратной функции. Гиперболические функции и их производные.
32. Параметрический путь. Примеры. Теорема о касательной к параметризованному пути.
33. Параметрический способ задания функции. Теорема о производной параметрически заданной функции.
34. Понятие дифференциала функции. Геометрический и механический смысл дифференциала функции.
35. Дифференциал суммы, разности, произведения и частного двух функций. Дифференциал композиции двух функций. Дифференциалы высших порядков.
36. Возрастание и убывание функции в точке.
37. Свойства дифференцируемых функций (теорема Ферма; теорема Ролля).
38. Свойства дифференцируемых функций (теорема Лагранжа; теорема Коши).
39. Признак монотонности функции на промежутке. Точки экстремума. Теорема о необходимом условии существования экстремума функции одной переменной.
40. Теоремы о первом и втором достаточных условиях существования экстремума функции одной переменной.
41. Направление выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции.
42. Невертикальные асимптоты графика функции.
43. Раскрытие неопределенностей типа  $\left[ \frac{0}{0} \right]$  и  $\left[ \frac{\infty}{\infty} \right]$  с помощью правил Лопиталя.

## Семестр 2

### **Вопросы к теоретическому опросу № 1**

1. Понятие первообразной. Теорема о первообразной.
2. Понятие неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла.
3. Таблица основных интегралов.
4. Теорема об интегрировании по частям.
5. Теорема о замене переменной в неопределенном интеграле.
6. Понятия рациональной функции, простейших рациональных функций. Интегрирование простейших дробей первого и второго типа.
7. Интегрирование простейших дробей третьего типа.
8. Интегрирование простейших дробей четвертого типа.
9. Интегрирование правильной рациональной функции.
10. Интегрирование неправильной рациональной функции.
11. Интегрирование тригонометрических выражений.
12. Интегрирование выражений, содержащих радикалы.
13. Определение равномерной непрерывности функции на промежутке.
14. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.

### **Вопросы к теоретическому опросу № 2**

15. Разбиение отрезка. Ранг разбиения. Интегральная сумма. Понятие определенного интеграла.
16. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
17. Необходимое условие интегрируемости функции.
18. Суммы Дарбу и их свойства.
19. Критерий интегрируемости функции. Достаточные условия интегрируемости функции.

20. Свойства определенного интеграла.
21. Теорема о среднем значении.
22. Существование первообразных непрерывной функции (теорема о производной определенного интеграла по верхнему пределу интегрирования; теорема о существовании первообразной).
23. Теорема о формуле Ньютона – Лейбница.
24. Теорема об интегрировании по частям в определенном интеграле.
25. Замена переменной интегрирования и подстановки в определенном интеграле (теоремы 1 и 2).
26. Интегралы четных и нечетных функций по отрезку с серединой в нуле.
27. Квадрируемые фигуры на плоскости и их площади. Признак квадрируемости.
28. Теорема о площади криволинейной трапеции и следствия из нее.
29. Теорема о площади криволинейного сектора.
30. Спрямоугольность и длина плоской кривой. Теорема Жордана.
31. Вычисление длины гладкой кривой (определение гладкой кривой, теорема о длине гладкой кривой).
32. Вычисление длины гладкой кривой, заданной в декартовых координатах, и кривой, заданной в полярных координатах.
33. Несобственные интегралы. Теорема о несобственном интеграле.
34. Понятие остатка несобственного интеграла. Теорема об остатке несобственного интеграла.

### Семестр 3

#### **Вопросы к теоретическому опросу № 1**

1. Понятие числового ряда. Сходящийся числовой ряд и его сумма. Теорема о геометрическом ряде.
2. Теорема о сложении сходящихся числовых рядов. Теорема об умножении сходящегося числового ряда на число.
3. Определение остатка числового ряда. Теоремы об остатке сходящегося числового ряда.
4. Необходимое условие сходимости числового ряда. Гармонический ряд.
5. Положительные числовые ряды. Критерий сходимости положительных рядов.
6. Сравнение положительных рядов (теорема 1 и предельная теорема).
7. Признаки Коши и Даламбера сходимости положительных рядов.
8. Интегральный признак сходимости положительных рядов и его применение. Теорема об обобщенных гармонических рядах.
9. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница о знакопередающихся рядах.
10. Абсолютная и условная сходимость рядов. Положительная и отрицательная части числового ряда.
11. Признаки Даламбера и Коши абсолютной сходимости числового ряда.
12. Перестановка членов числового ряда (теорема 1 о переместительном свойстве положительных рядов; теорема 2 о переместительном свойстве абсолютно сходящихся рядов; теорема 3 о перемножении абсолютно сходящихся рядов).
13. Необходимое и достаточное условие сходимости (критерий Коши) числовой последовательности и числового ряда (теоремы 1 и 2).
14. Функциональная последовательность. Область сходимости и предельная функция.
15. Функциональные ряды. Область сходимости и сумма функционального ряда.
16. Равномерная сходимость функциональной последовательности и функционального ряда. Теорема Вейерштрасса о равномерной и абсолютной сходимости функционального ряда.

17. Необходимое и достаточное условия равномерной сходимости функциональных рядов и функциональных последовательностей. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.
18. Понятие степенного ряда. Теорема об интервале и радиусе сходимости степенного ряда.
19. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда.
20. Свойства степенных рядов (непрерывность суммы; почленное интегрирование и дифференцирование степенного ряда).
21. Разложение функции в степенной ряд. Теорема о единственности разложения функции в степенной ряд.
22. Формула Тейлора. Теорема об условии сходимости ряда Тейлора.
23. Теорема о разложении функции  $f(x) = e^x$  в степенной ряд.
24. Теорема о разложении функции  $f(x) = \sin x$  в степенной ряд.
25. Теорема о разложении функции  $f(x) = \cos x$  в степенной ряд.
26. Теорема о разложении функции  $f(x) = \ln(1+x)$  в степенной ряд.
27. Теорема о разложении функции  $f(x) = \arctg x$  в степенной ряд.
28. Теорема о разложении функции  $f(x) = (1+x)^m$  в биномиальный ряд.
29. Понятие степенного ряда в комплексной области. Круг сходимости степенного ряда. Теорема Абеля.
30. Показательная и тригонометрические функции комплексной переменной. Формулы Эйлера.
31. Тригонометрическая система функций и её ортогональность.
32. Понятие тригонометрического ряда. Ряд Фурье.
33. Комплексная форма ряда Фурье.
34. Сходимость ряда Фурье. Теорема Дирихле. Ряды по косинусам и синусам.

### Вопросы к теоретическому опросу № 2

1. Функция двух переменных. Область определения и область значения функции двух переменных. Способы задания функции двух переменных. График функции двух переменных. Линии уровня. Функция нескольких переменных.
2. Предел и непрерывность функции двух переменных.
3. Частные производные функции нескольких переменных. Понятие дифференцируемости функции нескольких переменных.
4. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции нескольких переменных.
5. Производная и дифференциал сложной функции.
6. Неявные функции и их дифференцирование.
7. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
8. Частные производные и дифференциалы высших порядков функции нескольких переменных.
9. Экстремумы функции двух переменных. Теоремы о необходимом и достаточном условиях существования экстремума функции двух переменных.
10. Понятие производной по направлению функции нескольких переменных. Теорема о производной по направлению функции нескольких переменных.
11. Понятие градиента функции нескольких переменных. Свойства градиента. Теорема о направлении и длине градиента.
12. Понятие интегральной суммы для функции двух переменных. Понятие двойного интеграла.
13. Геометрический смысл двойного интеграла.

14. Необходимое условие существования двойного интеграла.
15. Суммы Дарбу для функции двух переменных. Признак интегрируемости функции двух переменных.
16. Достаточные условия существования двойного интеграла.
17. Свойства двойного интеграла, выражаемые равенствами и следствия из них.
18. Свойства двойного интеграла, выражаемые неравенствами.
19. Понятие повторного интеграла.
20. Вычисление двойного интеграла повторным интегрированием (теоремы 1 и 2).
21. Понятие тройного интеграла. Вычисление тройного интеграла.
22. Теорема о преобразовании двойного интеграла к полярным координатам.
23. Тройной интеграл в сферических и цилиндрических координатах.
24. Применение кратных интегралов к вычислению площадей плоских фигур.
25. Применение кратных интегралов к вычислению объемов тел.
26. Вычисление массы и координат центра тяжести плоской фигуры и тела.
27. Вычисление площади поверхности.
28. Вычисление моментов инерции плоской фигуры и тела.
29. Задачи, приводящие к криволинейным интегралам.
30. Понятие криволинейного интеграла первого рода и его свойства.
31. Понятие криволинейного интеграла второго рода и его свойства.
32. Теорема о существовании криволинейного интеграла и формуле для его вычисления.
33. Вычисление работы переменной силы с помощью криволинейного интеграла.
34. Теорема о формуле Римана-Грина и следствие из нее.
35. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.
36. Определение поверхностного интеграла первого рода. Вычисление поверхностных интегралов первого рода.
37. Определение поверхностного интеграла второго рода. Вычисление поверхностных интегралов второго рода.
38. Понятие скалярного поля. Производная по направлению и градиент.
39. Понятие векторного поля. Поток векторного поля через ориентированные поверхности.
40. Основные свойства и физический смысл потока векторного поля.
41. Теорема Остроградского.
42. Дивергенция векторного поля и её свойства. Физический смысл дивергенции векторного поля.
43. Понятие соленоидального поля. Основные свойства соленоидального поля.
44. Работа силового поля. Циркуляция векторного поля. Теорема Стокса.
45. Ротор векторного поля и его свойства. Потенциальное поле, его свойства. Условие потенциальности.
46. Основные понятия об обыкновенных дифференциальных уравнениях. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
47. Основные типы дифференциальных уравнений первого порядка: с разделяющимися переменными, однородные, линейные дифференциальные уравнения, дифференциальные уравнения Бернулли, дифференциальные уравнения в полных дифференциалах и алгоритмы их решения. Приложения дифференциальных уравнений первого порядка.
48. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Понятие о краевых задачах для дифференциальных уравнений. Основные методы понижения порядка дифференциальных уравнений.

49. Однородные линейные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения. Понятие общего решения. Определитель Вронского. Формула Лиувилля-Остроградского.
50. Метод вариации неопределенных коэффициентов решения неоднородных линейных дифференциальных уравнений.
51. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Дифференциальные уравнения с правой частью специального вида.
52. Системы дифференциальных уравнений. Решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

**Задания для проведения контрольных работ и  
критерии их оценивания:**

**1 семестр**

**Контрольная работа 1**

**Вариант № 0**

- Решить неравенство:  $|x - 1| + 3 \cdot |x| < 4$ ;
- Найти область определения функции:
  - $y = \lg \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 5x - 6}$ ;
  - $y = \sqrt{x - 1} + \sqrt{7 - x}$ ;
- Вычислить предел:
  - $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 5x - 6}{\sqrt{x^4 + x^2 + 1}}$ ;
  - $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x - 8}{\sqrt[3]{x} - 2}$ ;
  - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sin 2x}{\sin x + \sin 2x}$ ;
  - $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot (\sqrt{x^2 + 1} - x)$ ;
  - $\lim_{x \rightarrow 1} (2x - 1)^{\frac{2}{1-x}}$ ;
  - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 8x}{\sin x + \sin 5x}$ .
- Исследовать функцию на непрерывность, найти точки разрыва функции, определить их род и построить график:
 
$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1 - x^2}, & x \leq 0, \\ 1, & 0 < x \leq 2, \\ x - 2, & x > 2. \end{cases}$$
- Найти неперпендикулярные асимптоты графика функции  $y = \frac{4x^2}{3 + x^2}$ .

**Критерии оценивания**

Задание 1 – 2 баллов.

Задание 2 – 4 балла.

Задание 3 – 5 баллов.

Задание 4 – 2 баллов.

Задание 5 – 2 балла.

Максимальная сумма – 15 баллов.

**Контрольная работа 2**

**Вариант № 0**

- Найти производную функции:

а)  $y = \ln \arcsin \sqrt{1 - x^2}$

б)  $y = (2x + 3)^{\operatorname{tg} x}$ ;



2. Точка движется прямолинейно по закону  $s = \frac{4}{3}t^3 - t + 5$ . Найти скорость и ускорение точки в заданный момент времени  $t=2$ с.
3. Найти интервалы монотонности и точки локального экстремума функции:  

$$y = \frac{2x^2}{2x-1}.$$
4. Вычислить наименьшее и наибольшее значения функции:  $y = \frac{4x-1}{x^2+3}$  на  $[0; 4]$ .
5. Найти направление выпуклости и точки перегиба графика функции:  $y = 3x^2 - x^3$ .

#### **Критерии оценивания**

Задание 1 – 3 балла.

Задание 2 – 3 балл.

Задание 3 – 3 балл.

Задание 4 – 3 балла.

Задание 5 – 3 балла.

Максимальная сумма – 15 баллов.

#### **2 семестр**

#### **Контрольная работа 1**

#### **Вариант № 0**

Вычислить неопределенный интеграл:

1.  $\int \frac{\operatorname{tg}(3x-1)dx}{\cos^2(3x-1)};$
2.  $\int (x^2+x+1) \cdot \ln x dx;$
3.  $\int \frac{x dx}{\sqrt{x^2+6x+13}};$
4.  $\int \frac{1+\sqrt[3]{x-2}}{\sqrt{x-2}} dx;$
5.  $\int \sin x \cdot \cos 2x \cdot \cos 3x dx.$

#### **Критерии оценивания**

Задание 1 – 2 балл.

Задание 2 – 2 балла.

Задание 3 – 2 балла.

Задание 4 – 2 балла.

Задание 5 – 2 балла.

Максимальная сумма – 10 баллов.

#### **Контрольная работа 2**

#### **Вариант № 0**

1. Вычислить определенный интеграл:

$$\text{а). } \int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}$$

$$\text{б). } \int_0^{\sqrt{3}} x \arctg x dx$$

$$\text{в). } \int_4^9 \frac{x-1}{\sqrt{x}+1} dx.$$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = x^2$ ;  $y = -x + 2$ .

3. Вычислить длину дуги кривой:  $y = \ln(1-x^2)$  ( $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$ ).

4. Вычислить несобственный интеграл:  $\int_2^{\infty} \frac{1}{x \ln^2 x} dx$ .

### Критерии оценивания

Задание 1 – 4 баллов.

Задание 2 – 2 балла.

Задание 3 – 2 баллов.

Задание 4 – 2 балла.

Максимальная сумма – 10 баллов.

### 3 семестр

### Контрольная работа 1

### Вариант № 0

Выяснить, сходится ли данный ряд?

$$1 \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{\sqrt{n}+1}{n^2+1} \right)^2 ; \text{ б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2-1}{n^2+1}.$$

Выяснить, сходится ли данный ряд и, если сходится, то как: абсолютно или условно?

$$2 \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+\sqrt{n}+1} ; \text{ б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 2^n}{n!}.$$

Найти область сходимости функционального ряда.

$$3 \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 3^n} ; \text{ б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n^2 \cdot x^2 + 1}{n^2 + 1} \right)^n.$$

4. Найти сумму степенного ряда, применяя интегрирование, и указать область сходимости:

$$2 - 8x + 24x^2 - 64x^3 + \dots$$

5. Вычислить интеграл  $\int_0^{0,1} e^{-4x^2} dx$  с точностью до 0,001.

### Критерии оценивания

Задание 1 – 2 балла.

Задание 2 – 2 балла.

Задание 3 – 2 баллов.

Задание 4 – 2 балла.

Задание 5 – 2 балла.

Максимальная сумма – 10 баллов.

### Контрольная работа 2

### Вариант № 0

1. Найти экстремумы функции  $z = x^2 + y^2 - 2x - 4 \cdot \sqrt{xy} - 2y + 8$ .

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y$  в прямоугольнике, ограниченном прямыми:  $x=0$ ;  $y=0$ ;  $x=1$ ;  $y=2$ .

3. Найти центр тяжести однородной плоской фигуры, ограниченной половиной эллипса  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , опирающейся на большую ось.

4. Определить момент инерции относительно оси ОУ площади треугольника с вершинами  $A(1;1)$ ,  $B(1;3)$ ,  $C(4;5)$ .

5. Найти общее и частное решение дифференциального уравнения:

$$y'' - 4y' + 5y = xe^{2x}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

#### **Критерии оценивания**

Задание 1 – 2 балла.

Задание 2 – 2 балла.

Задание 3 – 2 балла.

Задание 4 – 2 балла.

Задание 5 – 2 балла.

Максимальная сумма – 10 баллов.

**Индивидуальные задания:**

**1 семестр**

**Задание 1**

Вычислить пределы функций:

Таблица 1.

№ пп	а)	б)	в)	г)	д)
1	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^3 + 4}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{3x^2}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+4}{x+8} \right)^{-3x}$
2	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^2}{x^2 + 1}$	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{5}}{x - 5}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x - \sin 3x}{x \sin x}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-2}{x+1} \right)^{2x-3}$
3	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{10 + x\sqrt{x}}$	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5x + 10}{x^2 - 25}$	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+6}}{2x^2 - 7x - 15}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x - \sin 2x}{x^2}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x}{2x-3} \right)^{3x}$
4	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 1}{3x + 7}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 4}$	$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x-3} - 2}{\sqrt{x+2} - 3}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x - \sin 3x}{2x^2}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-4}{2x} \right)^{-3x}$
5	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 1}{5x^2 + 2x}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{5+x} - 2}{\sqrt{8-x} - 3}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 4x}{3x^2}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-4}{3x+2} \right)^{2x}$
6	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{100x}{x^2 - 1}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^3 - x^2 + x - 1}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{2}}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\operatorname{tg} x} - \frac{1}{\sin x} \right)$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-1}{x+4} \right)^{3x+2}$
7	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x + 1}{x^3 - 8x + 5}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x+1}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{\sin 3x}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+3}{x} \right)^{-5x+1}$

8	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4x + 5}{x^3 + 2}$	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - 11x + 5}{3x^2 - 14x - 5}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{\sqrt{x^2 + 16} - 4}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - \cos^2 2x}{x^2}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2 - 3x}{5 - 3x} \right)^x$
9	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 12x + 6}{3x^2 - 2x}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^2}{1 - \sqrt{x}}$	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x + 10} - \sqrt{4 - x}}{2x^2 - x - 21}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 5x}{2x^2}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x}{1 + 2x} \right)^{-4x}$
10	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x^3 - 6x^2 + 12}{x^3 + 4x}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 9}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x - 3} - 3}{x^2 - 9}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - \sin x}{\arcsin x}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x + 5}{x} \right)^{3x + 4}$
11	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{16x^3 + 7x^2 + 5x}{12x^3 + 4x}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{x - 2} - \frac{4}{x^2 - 4} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{5 - x} - \sqrt{5 + x}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{x^2 - x}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1 - x}{2 - x} \right)^{3x}$
12	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^5 + 4x^4 + 2}{6x^5 + 12x^4 - 2}$	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 4x^2 + 4x}{x^2 - x - 6}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{5x + 1} - 4}{x^2 + 2x - 15}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos^3 4x}{3x^2}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x - 7}{x + 1} \right)^{4x - 2}$
13	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x^2 - 1}{6x^2 - 6x}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{4x}{x^2 - 9} - \frac{2}{x - 3} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x + 1} - 3}{\sqrt{x - 2} - \sqrt{2}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{2x^2}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{x - 3} \right)^{x - 5}$
14	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x}{x^3 + 4x + 4}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1 + x^2}{x - x^2} - \frac{2}{1 - x} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3 + 2x} - \sqrt{x + 4}}{3x^2 - 4x + 1}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{3x^2}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x + 5}{2x + 1} \right)^{5x}$
15	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - 5x^2 + 3x^5}{x^5 + 6x + 8}$	$\lim_{y \rightarrow 2} \left( \frac{4 + y^2}{2y - y^2} - \frac{4}{2 - y} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x^2 + 4}}{2x^2}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin 2x} - \frac{1}{\operatorname{tg} 2x} \right)$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x + 2}{x} \right)^{3 - 2x}$
16	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - 1}{x^2 - 3x + 6}$	$\lim_{y \rightarrow 3} \left( \frac{9 + y^2}{3y - y^2} - \frac{6}{3 - y} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{6x + 1} - 5}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x \sin x}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x + 4}{3x} \right)^{-2x}$

17	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 5x^2 - x}$	$\lim_{y \rightarrow 4} \left( \frac{16 + y^2}{4y - y^2} - \frac{8}{4 - y} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{2x + 7} - 5}{3 - \sqrt{x}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 2x}{x \arcsin x}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x - 1}{4x + 1} \right)^{2x}$
18	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - 2x^2 + 4}{2x^4 + 3x^2 + 1}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x^2 + 4}{x^2 - 4} - \frac{x}{x + 2} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 9x + 4}{\sqrt{5 - x} - \sqrt{x - 3}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{\sin x + \sin 7x}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x + 3}{x - 1} \right)^{x-4}$
19	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x + 9}{2x^2 - x + 4}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3 - 2x^2 + x}{3x^2 + 2x}$	$\lim_{x \rightarrow 10} \frac{\sqrt{x - 1} - 3}{x - 10}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x + \cos x}{2x}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x + 1}{3x + 2} \right)^{2x}$
20	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 4x^2 - 7x}{2x^2 + 7x - 3}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{3x^2 - 5x - 2}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{\sqrt{x^2 + 9} - 3}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{x^2 - x}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^x - 2}{x - 1}$
21	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 4x + 2}{4x^3 + 2x - 5}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{6x}{x^2 - 4} - \frac{3}{x - 2} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + 1} - 1}{x}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{2x^2}$	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\log_4 x - 1}{x - 4}$
22	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 7x + 3}{5x^2 - 3x + 4}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{6x}{x^2 - 9} - \frac{3}{x - 3} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 81} \frac{3 - \sqrt[4]{x}}{9 - \sqrt{x}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \sin x}{2x}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{2 + x} \right)^{3x}$
23	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 6x^2 + 2}{x^4 + 4x - 3}$	$\lim_{x \rightarrow 4} \left( \frac{6x}{x^2 - 16} - \frac{3}{x - 4} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{x - 2} - \sqrt{x})$	$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\operatorname{tg} 2x} - \frac{1}{\sin 2x} \right)$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 5}{x^2 - 5} \right)^{x^2}$
24	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{11x^3 + 3x}{2x^2 - 2x + 1}$	$\lim_{x \rightarrow -3} \left( \frac{x^2 + 9}{x^2 - 9} - \frac{x}{x + 3} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{6 - x} - \sqrt{6 + x}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\sin 5x}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{3x}}{x}$
25	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 7x + 3}{3x^3 - x - 4}$	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4 - x^2}{x^2 + 2x}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5 + x} - 2}{\sqrt{8 - x} - 3}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x - \sin 2x}{2x^2}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4 - 2x}{1 - 2x} \right)^{x+1}$

26	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 3x^2 + 5}{3x^2 - 4x + 1}$	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 3x}{9 - x^2}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{\sqrt{2x} - x}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sin 2x + \sin 8x}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x}{3x - 4} \right)^{4x+2}$
27	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 5x + 7}{2x^2 - x + 10}$	$\lim_{x \rightarrow -2} \left[ \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{x^2} \right) \cdot \frac{2x}{x+2} \right]$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x-3} - 3}{x^2 - 9}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x^2 + 2x}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3+x}{x} \right)^{-5x}$
28	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + x^2 - 6}{2x^2 + 3x + 1}$	$\lim_{x \rightarrow -3} \left[ \left( \frac{1}{9} - \frac{1}{x^2} \right) \cdot \frac{3x}{x+3} \right]$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{2}}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin 3x} - \frac{1}{\operatorname{tg} 3x} \right)$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+2}{x-3} \right)^{x-3}$
29	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 10x + 3}{2x^2 + 5x - 3}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \left[ \left( \frac{x}{2} - \frac{2}{x} \right) \cdot \frac{2}{x-2} \right]$	$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{2x+7} - 5}{3 - \sqrt{x}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 7x}{2x^2}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^x - 3}{x - 1}$
30	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + 10x - 1}{5x^2 - 3x + 4}$	$\lim_{x \rightarrow -3} \left( \frac{x^2 + 9}{x^2 - 9} - \frac{x}{x+3} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x-3} - 3}{x^2 - 9}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x - \sin 2x}{2x^2}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{2+x} \right)^{3x}$

### Задание 2

Вычислить производные функций, заданных явно:

Таблица 2

№ пп	а)	б)	в)	г)	д)
1	$y = \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{x+2}}$	$y = e^{x^2-4x}$	$y = \lg^3(x+5)^2$	$y = \cos^2(2x^2+1)$	$y = \arcsin^2 \frac{x^2}{2x}$
2	$y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x(x+2)}}$	$y = 5^{x+\frac{1}{x^2}}$	$y = \ln^2(x^2+4)$	$y = \operatorname{tg}^2(2x+4)$	$y = \operatorname{arctg}^2 \frac{x}{3}$
3	$y = \left( \frac{1}{\sqrt{x(1+x)}} \right)^{-3}$	$y = 2^{x+\cos^2 x}$	$y = \log_3^3(x^2+x)$	$y = \operatorname{ctg}^3(2x^2+7)$	$y = \operatorname{arcctg}^2 \frac{2x}{x+4}$

4	$y = \sqrt[3]{x^2 \cdot (1+x)}$	$y = e^{x^2 + \sin x}$	$y = \ln^3 \left( \frac{x}{2x-1} \right)$	$y = \sin^2(2x^2 + 1)$	$y = \arccos \frac{x^2 - 3}{x + 2}$
5	$y = 4 \sqrt{\frac{x}{2x^2 + 2}}$	$y = 7^{x^2 - 2 \ln x}$	$y = \ln^3 \frac{2x}{\sin x}$	$y = \cos^3(3x^2 - 4)$	$y = \operatorname{arctg}^2 \frac{x+2}{2\sqrt{x}}$
6	$y = 2x \cdot \sqrt[3]{x^2 + 4x}$	$y = e^{x^2 - \cos 2x}$	$y = \log_7^2(x^2 + 16x)$	$y = \operatorname{tg}^2 \frac{x+1}{2\sqrt{x}}$	$y = \arcsin^2 \frac{x^3}{4}$
7	$y = \frac{x}{\sqrt[3]{x+7x^2}}$	$y = e^{x^2 + \frac{1}{x}}$	$y = \lg^3 \left( \frac{x}{3x^2 + 2} \right)$	$y = \operatorname{ctg}^3 \frac{x}{x+1}$	$y = \arccos \frac{x^2}{x-1}$
8	$y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2x}}$	$y = 3^{x^2 + \frac{1}{x^2}}$	$y = \log_5^2(x^2 + \sqrt{x})$	$y = \sin^3 \frac{2x}{\sqrt{x} + 5}$	$y = \operatorname{arctg} \frac{x^2 - 4}{x+1}$
9	$y = \frac{3x}{\sqrt{x^2 + \sqrt[3]{x}}}$	$y = e^{x^2 + \frac{1}{x\sqrt{x}}}$	$y = \lg^3 \left( \frac{x}{\sqrt{x} + 2} \right)$	$y = \cos^2 \frac{x}{2x^2 + 4}$	$y = \operatorname{arctg}^2 \frac{2x}{x+2}$
10	$y = \sqrt[3]{x+2\sqrt{x}}$	$y = 8^{x+\sqrt{x}^3}$	$y = \log_2^3 \frac{x}{\sqrt{x} + 2x}$	$y = \operatorname{tg}^3 \frac{x}{x^2 + 4\sqrt{x}}$	$y = \arcsin^3 \sqrt{x+2}$
11	$y = \frac{1}{\sqrt[3]{2x+x^2+3}}$	$y = e^{\frac{x}{\sqrt{x}+4}}$	$y = \lg^3(x^2 + 2x)$	$y = \operatorname{ctg}^2 \frac{1}{x^2 + 4}$	$y = \arccos^2 \frac{x}{2+\sqrt{x}}$
12	$y = \frac{1}{\sqrt[5]{2x^2+4x}}$	$y = 3^{x^2 - 7\sqrt{x}}$	$y = \log_2^2(\sqrt{x} + 4x)$	$y = \sin^3(2x+4)$	$y = \operatorname{arctg}^2 \frac{\sqrt{x}}{x+4x^2}$
13	$y = \sqrt[3]{x+\sqrt{x}+2}$	$y = 2^{x^2 - \frac{4}{x}}$	$y = \ln^3 \frac{x}{x^2 + 3\sqrt{x}}$	$y = \cos^2(2x^2 + 4)$	$y = \operatorname{arctg}^3 \frac{x}{4+x}$



14	$y = \frac{1}{\sqrt[3]{x + 2\sqrt{x} + 4}}$	$y = 2^{x^2 - 4 \ln x}$	$y = \log_3^2 \left( x + \frac{1}{x} \right)$	$y = \operatorname{tg}^3 \frac{x}{x^2 + 2\sqrt{x}}$	$y = \arcsin^2 \frac{x}{x^2 + 4}$
15	$y = \frac{1}{\sqrt{x + \frac{1}{x} + 2}}$	$y = e^{x^4 - 2x^3}$	$y = \lg^3 (2x + \sqrt{x})$	$y = \operatorname{ctg}^2 \frac{x + 4}{2\sqrt{x} - 7}$	$y = \arccos^3 \frac{2x}{\sqrt{x} + 1}$
16	$y = \sqrt[3]{2x + \frac{1}{x} + 3}$	$y = 2^{2x - 4 \cos 2x}$	$y = \log_5^2 \left( x + \frac{4}{x^2} \right)$	$y = \cos^3 (x + \sqrt{x})$	$y = \operatorname{arctg} \frac{x + 4}{2\sqrt{x} + 7x}$
17	$y = \sqrt[5]{2x - \frac{7}{\sqrt{x}}}$	$y = 4^{x^2 - 2x + 7}$	$y = \lg^2 \left( x^2 + \frac{1}{x} \right)$	$y = \operatorname{tg}^2 (2x + 4\sqrt{x})$	$y = \arcsin \frac{x + 4\sqrt{x}}{2x + 3}$
18	$y = \frac{x}{2\sqrt{2x + 4\sqrt{x}}}$	$y = e^{3x^2 - \frac{7}{x}}$	$y = \lg^3 \left( \sqrt{x} + \frac{1}{x} \right)$	$y = \operatorname{ctg}^3 \left( \frac{x}{\sqrt{x} + 2} \right)$	$y = \arccos^2 \frac{2x}{x + 4}$
19	$y = \sqrt[3]{1 + \frac{x^2}{4}}$	$y = 4^{x^3 + \sqrt{x}}$	$y = \ln^2 (2x^4 + \sqrt{x})$	$y = \sin^2 \left( \frac{x}{2} + \frac{2}{x} \right)$	$y = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 4}$
20	$y = \sqrt[4]{2x + \frac{1}{x}}$	$y = 6^{3x^2 - \sqrt{x}}$	$y = \lg^3 \left( x + \frac{\sqrt{x}}{4} \right)$	$y = \cos^3 \left( \frac{1}{x} - \frac{4}{\sqrt{x}} \right)$	$y = \arcsin^2 \frac{2x}{x + 3}$
21	$y = \sqrt[3]{\frac{3}{x} + \frac{x}{3}}$	$y = e^{2x^2 - \frac{\sqrt{x}}{4 + x}}$	$y = \lg^2 \left( x + \frac{\sqrt{x}}{2} \right)$	$y = \operatorname{tg}^3 (\sqrt{x} + 4x)$	$y = \arccos^2 \frac{x}{1 + x}$
22	$y = \sqrt[4]{2x + 4\sqrt{x}}$	$y = 8^{2x + 3\sqrt[3]{x}}$	$y = \log_7^3 \left( x^2 + \frac{7}{x} \right)$	$y = \operatorname{ctg}^2 \left( \frac{1}{\sqrt{x}} + 2\sqrt[3]{x} \right)$	$y = \operatorname{arctg}^2 \frac{x}{x^2 + 4}$

23	$y = \frac{1}{\sqrt[3]{x+4}\sqrt{x+2}}$	$y = 9^{\frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{2}}$	$y = \ln^2(\sqrt{x+4})$	$y = \sin^2(2x + \sqrt{x+1})$	$y = \operatorname{arctg}^2 \frac{x+1}{x+\sqrt{x}}$
24	$y = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{x} + \frac{x}{2}}}$	$y = e^{4x+2\sqrt{x}}$	$y = \lg^3\left(x + \frac{4}{\sqrt{x}}\right)$	$y = \cos^3\left(\frac{2x+1}{x+4}\right)$	$y = \operatorname{arcctg}^3 \frac{2x}{x+4}$
25	$y = \frac{x}{\sqrt{x + \frac{1}{x}}}$	$y = 2^{x^2+4\sqrt{x}}$	$y = \ln^2\left(\sqrt{x} + \frac{1}{x}\right)$	$y = \operatorname{tg}^2 \frac{x+4}{\sqrt{x}}$	$y = \arcsin^2 \frac{x}{2+x}$
26	$y = \sqrt[3]{\frac{x}{x^2+4}}$	$y = 3^{\sqrt{x}+4x}$	$y = \log_4^2\left(x + \frac{3}{x}\right)$	$y = \operatorname{ctg}^3\left(\frac{x}{2} + \frac{2}{x}\right)$	$y = \arccos^2 \frac{2}{x+4}$
27	$y = \frac{1}{\sqrt[4]{x \frac{1}{\sqrt{x}}}}$	$y = e^{\sin^2 x + 4x}$	$y = \lg^3\left(\sqrt{x} + \frac{4}{x+1}\right)$	$y = \sin^3\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)$	$y = \operatorname{arctg} \frac{x+\sqrt{x}}{3\sqrt{x}+4x^2}$
28	$y = \sqrt[3]{x + \frac{1}{2\sqrt{x}}}$	$y = 5^{\sin 2x}$	$y = \log_7\left(1 + \frac{7x}{\sqrt{x}+1}\right)$	$y = \cos^2\left(x + \frac{4}{x+2}\right)$	$y = \operatorname{arcctg} \frac{x+5}{\sqrt{x}+3x^2}$
29	$y = \frac{1}{\sqrt[3]{x+2\sqrt{x}+3}}$	$y = 3^{n+x^2 \cdot \sin x}$	$y = \ln^2 \frac{x}{x^2+4}$	$y = \operatorname{tg}^3 \frac{x}{x+4}$	$y = \arcsin^2 \frac{x+2}{\sqrt{x}}$
30	$y = \sqrt[4]{x - \frac{2}{\sqrt{x}}}$	$y = e^{2x^2 - \sqrt{x}}$	$y = \lg^2(x + 2x^2)$	$y = \operatorname{ctg}^2 \frac{x+1}{2\sqrt{x}}$	$y = \arccos^3(x \cdot \sin^2 x)$

### Задание 3

Вычислить производные функций:

Таблица 3

№ пп	а)	б)	в)
1	$y = (\ln x)^x$	$\cos(x \cdot y) + x - y = 0$	$\begin{cases} x = \sin^2 t + t \\ y = \cos t + 2 \end{cases}$
2	$y = (x^2 + 7)^{\sin x}$	$e^{x-y} - \frac{x}{y} = 0$	$\begin{cases} x = \sqrt{1-t^2} \\ y = \operatorname{tg} \sqrt{1+t} \end{cases}$
3	$y = (\sin 2x)^{\cos \frac{x}{2}}$	$e^{x+2y} - x \cdot y = 0$	$\begin{cases} x = \arcsin(\sin t) \\ y = \operatorname{tg} \sqrt{1+t} \end{cases}$
4	$y = x^{2^x} \cdot 2^x$	$\cos(x - y) + x \cdot y = 0$	$\begin{cases} x = \ln \left( t + \sqrt{t^2 + 1} \right) \\ y = t \sqrt{t^2 + 1} \end{cases}$
5	$y = (\cos \sqrt{x})^{\operatorname{tg} x}$	$\ln(2x + y) + x \cdot y = 0$	$\begin{cases} x = \sqrt{2t - t^2} \\ y = \arcsin(t - 1) \end{cases}$
6	$y = (\sqrt{x+1})^{2 \sin^2 x}$	$\ln(2x - y) + \frac{x}{y} = 0$	$\begin{cases} x = \ln \operatorname{ctg} t \\ y = \frac{1}{\cos^2 t} \end{cases}$
7	$y = \left( \ln \frac{x}{2} \right)^{2e^x}$	$\cos(x + y) + \frac{x}{y} = 0$	$\begin{cases} x = \operatorname{arctg} e^{t/2} \\ y = e^t + 1 \end{cases}$
8	$y = (\sin x)^{\ln \operatorname{tg} x}$	$\arcsin(x^2 - y) - \sqrt{y} = 0$	$\begin{cases} x = \ln \sqrt{\frac{1-t}{1+t}} \\ y = \sqrt{1-t^2} \end{cases}$
9	$y = (\operatorname{ctg} 3x)^{3^x}$	$\arccos(x^2 + y) + \sqrt{xy} = 0$	$\begin{cases} x = \sqrt{1-t^2} \\ y = \frac{t}{\sqrt{1-t^2}} \end{cases}$

10	$y = (x^3 + 1)^{\sin x}$	$\cos^2(x + y) + x \cdot y = 0$	$\begin{cases} x = \arcsin \sqrt{1 - t^2} \\ y = (\arccos t)^2 \end{cases}$
11	$y = (2x)^{\cos x^2}$	$\cos^2(x - y) - \frac{x}{y} = 0$	$\begin{cases} x = \ln \frac{1 - t}{1 + t} \\ y = \sqrt{1 - t^2} \end{cases}$
12	$y = (\operatorname{tg} x)^x$	$e^{x+y} - \frac{y}{x^2} = 0$	$\begin{cases} x = \arccos \frac{1}{t} \\ y = \sqrt{t^2 - 1} - \arcsin \frac{1}{t} \end{cases}$
13	$y = x^{5x} \cdot 5^x$	$e^{x-y} + \frac{x^2}{y} = 0$	$\begin{cases} x = \arcsin \sqrt{t} \\ y = \sqrt{1 + \sqrt{t}} \end{cases}$
14	$y = (\ln x)^{\cos x^2}$	$2^{x-y} + \operatorname{tg} y = 0$	$\begin{cases} x = \ln(-t^2) \\ y = \arcsin \sqrt{1 - t^2} \end{cases}$
15	$y = (\sin x^3)^{x^2}$	$\operatorname{ctg}(y - x) - x \cdot y = 0$	$\begin{cases} x = (\arcsin t)^2 \\ y = \frac{t}{\sqrt{1 - t^2}} \end{cases}$
16	$y = (5 - x^2)^{2 \cos x}$	$\ln(x + y^2) + \sqrt{y} = 0$	$\begin{cases} x = \operatorname{ctg} \sqrt{1 + t} \\ y = 2\sqrt{1 - t^2} \end{cases}$
17	$y = (\ln 5x)^{e^x}$	$x^2 \cdot y - e^{xy} = 0$	$\begin{cases} x = \operatorname{arctg} t \\ y = \ln \frac{\sqrt{1 + t^2}}{t + 1} \end{cases}$
18	$y = x^{e^x} (2x)^5$	$\operatorname{tg}(x + y) + \sqrt{xy} = 0$	$\begin{cases} x = \cos \frac{t}{2} \\ y = t - \sin t \end{cases}$
19	$y = (x^4 - 2)^{\operatorname{ctg} x}$	$3^{x+y} + \operatorname{ctg}(x \cdot y) = 0$	$\begin{cases} x = \cos^2 t \\ y = 2 \sin^3 t \end{cases}$

20	$y = x^{3^x} \cdot 5^x$	$e^{2x+y} + \operatorname{tg}(x+y) = 0$	$\begin{cases} x = t^3 + 8t \\ y = t^5 + 2t \end{cases}$
21	$y = (\operatorname{arctg} x)^{e^x}$	$\ln(x+y) + \operatorname{tg} \frac{x}{y} = 0$	$\begin{cases} x = 7(t - \sin t) \\ y = 7(1 - \cos t) \end{cases}$
22	$y = (5x+4)^{\operatorname{arctg} x}$	$e^{2x+2y^2} + y \sin x = 0$	$\begin{cases} x = \ln \operatorname{tg} t \\ y = \frac{1}{\sin^2 t} \end{cases}$
23	$y = (\sin 3x)^{\ln \sin 3x}$	$\operatorname{tg} \frac{x}{y} + x^2 + y^2 = 0$	$\begin{cases} x = 3t - t^3 \\ y = 3t^2 \end{cases}$
24	$y = (\arcsin x^2)^x$	$2^{x+y} + \frac{y^2}{x^2} = 0$	$\begin{cases} x = t + \ln \cos t \\ y = t - \ln \sin t \end{cases}$
25	$y = (3 - x^4)^{\cos x}$	$\operatorname{tg}(x \cdot y) - x^2 - y^2 = 0$	$\begin{cases} x = 2t - t^3 \\ y = 2t^2 \end{cases}$
26	$y = x^{\arcsin x}$	$2^{x-y} - \frac{x}{y^2} = 0$	$\begin{cases} x = \ln t \\ y = \frac{1}{2} \left( t + \frac{1}{t} \right) \end{cases}$
27	$y = x^{\ln x} \cdot 2^x$	$\ln(x^2 - y) + \frac{x}{y} = 0$	$\begin{cases} x = t - \ln t \\ y = 3t^2 - 2t^3 \end{cases}$
28	$y = (3 \sin x)^{3^x}$	$\operatorname{ctg}(y+2x) - xy = 0$	$\begin{cases} x = \arcsin t \\ y = 3t - t^3 \end{cases}$
29	$y = (2x)^{2^x}$	$\operatorname{tg}(y+x^2) - \frac{x}{y} = 0$	$\begin{cases} x = 2t - \sin 2t \\ y = 8 \sin^3 t \end{cases}$
30	$y = (2 - x^5)^{\cos x}$	$3^{x+y} + \frac{y^2}{x^2} = 0$	$\begin{cases} x = 3t - t^3 \\ y = 3t^2 \end{cases}$

#### Задание 4

Составить уравнения касательной и нормали в точке  $X_0 = M$  к параболу:

$y = nx^2 + (n-1)x + m$ , где  $m$  – число гласных букв в фамилии,  $n$  – число согласных букв в фамилии.

### Задание 5

Исследовать функцию методом дифференциального исчисления и построить график:

Таблица 4

№№	f(x)	№№	f(x)
1	$y = \frac{x^3}{x-1}$	2	$y = \frac{x^3}{x^4-1}$
3	$y = \frac{x^2-2}{x^2+2}$	4	$y = \frac{x^2-1}{x^2+1}$
5	$y = \frac{x^2}{x^3+1}$	6	$y = \sin x + \cos x$
7	$y = e^{2x-x^2}$	8	$y = \frac{x^3+4}{x^3}$
9	$y = \frac{4-x^3}{x^2}$	10	$y = \frac{(x-1)^2}{x^2}$
11	$y = x^3 \cdot e^{-x}$	12	$y = (x-2) \cdot e^{3-x}$
13	$y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2$	14	$y = (3-x) \cdot e^{x-2}$
15	$y = \frac{1}{x^4-1}$	16	$y = \frac{e^x}{x}$
17	$y = \frac{4x}{(x+1)^2}$	18	$y = -\frac{8x}{x^2+4}$
19	$y = \frac{4}{x^2+2x-3}$	20	$y = \frac{2x+1}{x^2}$
21	$y = \frac{x}{x^2+4}$	22	$y = \frac{3x-2}{x^3}$
23	$y = xe^x$	24	$y = (x+2)^2(x-1)$
25	$y = \frac{3}{x^2+9}$	26	$y = 2 + x^2 - \frac{x^4}{2}$

27	$y = \frac{x^2}{x+1}$	28	$y = (x+1)^3(2x-3)$
29	$y = \frac{4-x^3}{x^2}$	30	$y = \frac{x^3+2}{x^3}$

## 2 семестр

### Индивидуальное задание №1

#### Варианты практических заданий

№ п/п	Номера задач									
1	1.1	2.1	3.1	3.11	4.1	4.11	5.1	5.11	6.1	6.11
2	1.2	2.2	3.2	3.12	4.2	4.12	5.2	5.12	6.2	6.12
3	1.3	2.3	3.3	3.13	4.3	4.13	5.3	5.13	6.3	6.13
4	1.4	2.4	3.4	3.14	4.4	4.14	5.4	5.14	6.4	6.14
5	1.5	2.5	3.5	3.15	4.5	4.15	5.5	5.15	6.5	6.15
6	1.6	2.6	3.6	3.16	4.6	4.16	5.6	5.16	6.6	6.16
7	1.7	2.7	3.7	3.17	4.7	4.17	5.7	5.17	6.7	6.17
8	1.8	2.8	3.8	3.18	4.8	4.18	5.8	5.18	6.8	6.18
9	1.9	2.9	3.9	3.19	4.9	4.19	5.9	5.19	6.9	6.19
10	1.10	2.10	3.10	3.20	4.10	4.20	5.10	5.20	6.10	6.20
11	1.1	2.2	3.3	3.14	4.5	4.16	5.7	5.18	6.9	6.20
12	1.2	2.3	3.4	3.15	4.6	4.17	5.8	5.19	6.10	6.11
13	1.3	2.4	3.5	3.16	4.7	4.18	5.9	5.20	6.1	6.12
14	1.4	2.5	3.6	3.17	4.8	4.19	5.10	5.11	6.2	6.13
15	1.5	2.6	3.7	3.18	4.9	4.20	5.1	5.12	6.3	6.14
16	1.6	2.7	3.8	3.19	4.10	4.11	5.2	5.13	6.4	6.15
17	1.7	2.8	3.9	3.20	4.1	4.12	5.3	5.14	6.5	6.16
18	1.8	2.9	3.10	3.11	4.2	4.13	5.4	5.15	6.6	6.17
19	1.9	2.10	3.1	3.12	4.3	4.14	5.5	5.16	6.7	6.18
20	1.10	2.1	3.2	3.13	4.4	4.15	5.6	5.17	6.8	6.19
21	1.1	2.3	3.5	3.17	4.9	4.11	5.3	5.15	6.7	6.19
22	1.2	2.4	3.6	3.18	4.10	4.12	5.4	5.16	6.8	6.20
23	1.3	2.5	3.7	3.19	4.1	4.13	5.5	5.17	6.9	6.11
24	1.4	2.6	3.8	3.20	4.2	4.14	5.6	5.18	6.10	6.12
25	1.5	2.7	3.9	3.11	4.3	4.15	5.7	5.19	6.1	6.13
26	1.6	2.8	3.10	3.12	4.4	4.16	5.8	5.20	6.2	6.14
27	1.7	2.9	3.1	3.13	4.5	4.17	5.9	5.11	6.3	6.15
28	1.8	2.10	3.2	3.14	4.6	4.18	5.10	5.12	6.4	6.16
29	1.9	2.1	3.3	3.15	4.7	4.19	5.1	5.13	6.5	6.17
30	1.10	2.2	3.4	3.16	4.8	4.20	5.2	5.14	6.6	6.18
31	1.1	2.4	3.7	3.20	4.3	4.16	5.9	5.12	6.5	6.18
32	1.2	2.5	3.8	3.1	4.4	4.17	5.10	5.13	6.6	6.19

#### 1. Простейшие приёмы интегрирования

$$1.1. \quad \int \frac{1 + \cos^2 x}{1 + \cos 2x} dx$$

$$1.2. \quad \int \frac{1 + 2x^2}{x^2(1 + x^2)} dx$$

$$1.3. \quad \int \frac{(1-x)^2}{x\sqrt{x}} dx$$

$$1.4. \quad \int x^2 \sqrt[5]{x^3 + 2} dx$$

$$1.5. \quad \int \cos^3 x \sin 2x dx$$

$$1.6. \quad \int \frac{x+2}{2x-1} dx$$

$$1.7. \quad \int \frac{(1+x)^2}{x^2+1} dx$$

$$1.8. \quad \int \cos x \cos 2x \cos 3x dx$$

$$1.9. \quad \int (tg^2 x + tg^4 x) dx$$

$$1.10. \quad \int \sin^4 x dx$$

## 2. Замена переменной

$$2.1. \quad \int \frac{\sqrt{x}}{x(x+1)} dx$$

$$2.2. \quad \int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x \ln x} dx$$

$$2.3. \quad \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$2.4. \quad \int \frac{dx}{\sqrt{(a^2 + x^2)^3}}$$

$$2.5. \quad \int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2} dx$$

$$2.6. \quad \int \frac{4x+3}{(x-2)^3} dx$$

$$2.7. \quad \int x^2 \sqrt{4-x^2} dx$$

$$2.8. \quad \int \frac{\sqrt{(9-x^2)^3}}{x^6} dx$$

$$2.9. \quad \int \frac{e^{2x} dx}{\sqrt[4]{e^x + 1}}$$

$$2.10. \quad \int \frac{x^5}{(x^2-4)^2} dx$$

## 3. Интегрирование по частям

$$3.1. \quad \int \arccos x dx$$

$$3.2. \quad \int \arctg \sqrt{x} dx$$

$$3.3. \quad \int \frac{\arcsin x}{\sqrt{x+1}} dx$$

$$3.4. \quad \int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} dx$$

$$3.5. \quad \int \frac{\lg x}{x^3} dx$$

$$3.6. \quad \int \ln(x^2+1) dx$$

$$3.7. \quad \int \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx$$

$$3.8. \quad \int x^3 \sin x dx$$

$$3.9. \quad \int (\arctg x)^2 x dx$$

$$3.10. \quad \int x^2 \ln(1+x) dx$$



$$3.11. \int \frac{\ln^2 x}{\sqrt{x^5}} dx$$

$$3.12. \int \frac{x^2}{(1+x^2)^2} dx$$

$$3.13. \int \ln^2 x dx$$

$$3.14. \int x^3 e^x dx$$

$$3.15. \int x^2 \cos^2 x dx$$

$$3.16. \int (\arcsin x)^2 dx$$

$$3.17. \int e^x \sin x dx$$

$$3.18. \int \sin \ln x dx$$

$$3.19. \int \cos \ln x dx$$

$$3.20. \int x^2 e^x \sin x dx$$

#### 4. Интегрирование рациональных функций

$$4.1. \int \frac{x}{2x^2 - 3x - 2} dx$$

$$4.2. \int \frac{dx}{6x^3 + 7x^2 - 3x}$$

$$4.3. \int \frac{x^5 + x^4 - 8}{x^3 - 4x} dx$$

$$4.4. \int \frac{x^3 - 1}{4x^3 - x} dx$$

$$4.5. \int \frac{(2x^2 - 5)dx}{x^4 - 5x^2 + 6}$$

$$4.6. \int \frac{x dx}{x^4 - 3x^2 + 2}$$

$$4.7. \int \frac{x^3 + 1}{x^3 - x^2} dx$$

$$4.8. \int \frac{dx}{x^4 - x^2}$$

$$4.9. \int \frac{x^5 dx}{(x-1)^2(x^2-1)}$$

$$4.10. \int \frac{3x^2 + 1}{(x^2 - 1)^3} dx$$

$$4.11. \int \frac{dx}{1+x^3}$$

$$4.12. \int \frac{x dx}{x^3 - 1}$$

$$4.13. \int \frac{x^4 + 1}{x^3 - x^2 + x - 1} dx$$

$$4.14. \int \frac{x^2 dx}{1 - x^4}$$

$$4.15. \int \frac{dx}{(x+1)^2(x^2+1)}$$

$$4.16. \int \frac{(x^3 - 6)dx}{x^4 + 6x + 8}$$

$$4.17. \int \frac{(x^4 + 1)}{x^3 - x^2 + x - 1} dx$$

$$4.18. \int \frac{(x+1)^4}{(x^2 + 2x + 2)^3} dx$$

$$4.19. \int \frac{dx}{(x^2 + 9)^3}$$

$$4.20. \int \frac{dx}{(1+x^2)^4}$$

#### 5. Интегрирование тригонометрических функций

$$5.1. \int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx$$

$$5.2. \int \frac{\sin^4 x}{\cos^2 x} dx$$

$$5.3. \int \frac{dx}{\cos x \sin^3 x}$$

$$5.4. \int \frac{dx}{\cos^4 x \sin^4 x}$$

$$5.5. \int \frac{\sin x}{(1 - \cos x)^2} dx$$

$$5.6. \int \frac{\cos x}{(1 - \cos x)^2} dx$$

$$5.7. \int \cos^6 x dx$$

$$5.8. \int \operatorname{tg}^5 x dx$$

$$5.9. \int \frac{dx}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$5.10. \int \frac{\cos^2 x dx}{\cos 3x \sin x}$$

$$5.11. \int \frac{dx}{\operatorname{tg} x \cos 2x}$$

$$5.12. \int \frac{dx}{5 + 4 \sin x}$$

$$5.13. \int \frac{dx}{5 - 4 \sin x + 3 \cos x}$$

$$5.14. \int \frac{dx}{\sin^2 x + \operatorname{tg}^2 x}$$

$$5.15. \int \sqrt{1 + \sin x} dx$$

$$5.16. \int \frac{dx}{1 - \sin^4 x}$$

$$5.17. \int \frac{\cos x dx}{\sin^3 x - \cos^3 x}$$

$$5.18. \int \frac{dx}{\sqrt{1 - \sin^4 x}}$$

$$5.19. \int \frac{\sqrt{\sin^3 2x}}{\sin^5 x} dx$$

$$5.20. \int \sqrt{\operatorname{tg} x} dx$$

## 6. Интегрирование иррациональных функций

$$6.1. \int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \frac{dx}{x}$$

$$6.2. \int \sqrt{\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}} dx$$

$$6.3. \int \frac{x^2 + \sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}} dx$$

$$6.4. \int \sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}} \frac{dx}{x}$$

$$6.5. \int \frac{dx}{x \sqrt[3]{x^2 + 1}}$$

$$6.6. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^3 + 1}}$$

$$6.7. \int \frac{dx}{\sqrt[4]{x^4 + 1}}$$

$$6.8. \int \frac{\sqrt{1-x^4} dx}{x^5}$$

$$6.9. \int \frac{\sqrt[3]{1+x^3} dx}{x^2}$$

$$6.10. \int \sqrt[3]{x(1-x^2)} dx$$

$$6.11. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + 4x - 4}}$$

$$6.12. \int \frac{dx}{x\sqrt{2 + x - x^2}}$$

$$6.13. \int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{1+x+x^2}}$$

$$6.14. \int \frac{dx}{(2x-3)\sqrt{4x-x^2}}$$

$$6.15. \int \sqrt{3x^2 - 3x + 1} dx$$

$$6.16. \int \sqrt{1 - 4x - x^2} dx$$

$$6.17. \int \frac{dx}{1 + \sqrt{x^2 + 2x + 2}}$$

$$6.18. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1 - 2x - x^2}}$$

$$6.19. \int \frac{(3x^2 - 5)dx}{\sqrt{3 - 2x - x^2}}$$

$$6.20. \int \frac{x^4 dx}{\sqrt{x^2 + 4x + 5}}$$

## Индивидуальное задание №2

Варианты практических заданий

№ п/п						
1	1.1	1.11	2.1	2.11	2.21	3.1
2	1.2	1.12	2.2	2.12	2.22	3.2
3	1.3	1.13	2.3	2.13	2.23	3.3
4	1.4	1.14	2.4	2.14	2.24	3.4
5	1.5	1.15	2.5	2.15	2.25	3.5
6	1.6	1.16	2.6	2.16	2.26	3.6
7	1.7	1.17	2.7	2.17	2.27	3.7
8	1.8	1.18	2.8	2.18	2.28	3.8
9	1.9	1.19	2.9	2.19	2.29	3.9
10	1.10	1.20	2.10	2.20	2.30	3.10
11	1.1	1.12	2.3	2.14	2.25	3.6
12	1.2	1.13	2.4	2.15	2.26	3.7
13	1.3	1.14	2.5	2.16	2.27	3.8
14	1.4	1.15	2.6	2.17	2.28	3.9
15	1.5	1.16	2.7	2.18	2.29	3.10
16	1.6	1.17	2.8	2.19	2.30	3.1
17	1.7	1.18	2.9	2.20	2.21	3.2
18	1.8	1.19	2.10	2.11	2.22	3.3
19	1.9	1.20	2.1	2.12	2.23	3.4
20	1.10	1.11	2.2	2.13	2.24	3.5
21	1.1	1.13	2.5	2.17	2.29	3.1
22	1.2	1.14	2.6	2.18	2.30	3.2
23	1.3	1.15	2.7	2.19	2.21	3.3
24	1.4	1.16	2.8	2.20	2.22	3.4
25	1.5	1.17	2.9	2.11	2.23	3.5
26	1.6	1.18	2.10	2.12	2.24	3.6
27	1.7	1.19	2.1	2.13	2.25	3.7
28	1.8	1.20	2.2	2.14	2.26	3.8
29	1.9	1.11	2.3	2.15	2.27	3.9
30	1.10	1.12	2.4	2.16	2.28	3.10
31	1.1	1.14	2.7	2.20	2.23	3.6
32	1.2	1.15	2.8	2.11	2.24	3.7

### 1. Вычисление определенных интегралов

1.1.  $\int_0^1 \frac{x dx}{(x^2 + 1)^2}$

1.2.  $\int_2^{-13} \frac{dx}{\sqrt[5]{(3-x)^4}}$

1.3.  $\int_1^e \frac{1 + \lg x}{x} dx$

1.4.  $\int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{1 + \ln x}}$

1.5.  $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$

1.6.  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \cos x}$

$$1.7. \int_0^1 \frac{\sqrt{e^x} dx}{\sqrt{e^x + e^{-x}}}$$

$$1.8. \int_0^1 \frac{x dx}{1 + \sqrt{x}}$$

$$1.9. \int_0^1 \frac{x^2 dx}{(1 + x^2)^3}$$

$$1.10. \int_1^2 \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x}$$

$$1.11. \int_0^1 \sqrt{(1 - x^2)^3} dx$$

$$1.12. \int_0^{-\ln 2} \sqrt{1 - e^{2x}} dx$$

$$1.13. \int_0^a \frac{dx}{x + \sqrt{a^2 - x^2}}$$

$$1.14. \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{(3 + x^2)^5}}$$

$$1.15. \int_{\sqrt{2}/2}^1 \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x^6} dx$$

$$1.16. \int_0^\pi x^3 \sin x dx$$

$$1.17. \int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx$$

$$1.18. \int_1^e \ln^3 x dx$$

$$1.19. \int_1^2 x \log_2 x dx$$

$$1.20. \int_0^{\pi/2} e^{2x} \cos x dx$$

## 2. Вычисление площадей фигур

- 2.1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y^2 = 2x + 1$  и  $x - y - 1 = 0$ .
- 2.2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y^2 = x^2$  и  $y = \sqrt{x}$ .
- 2.3. Окружность  $x^2 + y^2 = 8$  разделена параболой  $y = x^2 / 2$  на две части. Найти площади обеих частей.
- 2.4. Найти площади фигур, на которые парабола  $y^2 = 6x$  делит окружность  $x^2 + y^2 = 16$ .
- 2.5. Окружность  $x^2 + y^2 = a^2$  разбивается гиперболой  $x^2 - 2y^2 = a^2 / 4$  на три части. Определить площади этих частей.
- 2.6. Вычислить площади криволинейных фигур, образованных пересечением эллипса  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$  и гиперболы  $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ .
- 2.7. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией  $(y - x - 2)^2 = 9x$  и осями координат.
- 2.8. Найти площадь петли линии  $y^2 = x(x - 1)^2$ .
- 2.9. Найти площадь фигуры, ограниченной замкнутой линией  $y^2 = (1 - x^2)^3$ .
- 2.10. Найти площадь фигуры, ограниченной замкнутой линией  $y^2 = x^2 - x^4$ .
- 2.11. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = e^x, y = e^{-x}$  и прямой  $x = 1$ .
- 2.12. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \ln x, y = \ln^2 x$ .
- 2.13. Вычислить площадь одного из криволинейных треугольников, ограниченных осью абсцисс и линиями  $y = \sin x, y = \cos x$ .
- 2.14. Вычислить площадь одного из криволинейных треугольников, ограниченных осью ординат и линиями  $y = \operatorname{tg} x, y = \frac{2}{3} \cos x$ .
- 2.15. Вычислить площадь фигуры, ограниченной осью абсцисс и линиями  $y = \arcsin x, y = \arccos x$ .
- 2.16. Вычислить площадь фигуры, ограниченной астроидой  $x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t$ .
- 2.17. Найти площадь петли линии  $x = 3t^2, y = 3t - t^3$ .
- 2.18. Найти площадь петли линии  $x = t^2 - 1, y = t^3 - t$ .
- 2.19. Найти площадь фигуры, ограниченной линией  $\rho = a \sin 2\varphi$ .
- 2.20. Найти площадь фигуры, ограниченной линией  $\rho = a \operatorname{tg} \varphi$  ( $a > 0$ ) и прямой  $\varphi = \pi / 4$ .
- 2.21. Найти площадь общей части фигур, ограниченных линиями  $\rho = 3 + \cos 4\varphi$  и  $\rho = 2 - \cos 4\varphi$ .
- 2.22. Найти площадь части фигуры, ограниченной линией  $\rho = 2 + \cos 2\varphi$ , лежащей вне линии  $\rho = 2 + \sin 2\varphi$ .
- 2.23. Найти площадь фигуры, ограниченной лемнискатой Бернулли  $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$ .

- 2.24. Найти площадь фигуры, ограниченной лемнискатой Бернулли  $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$ , лежащей внутри окружности  $x^2 + y^2 = a^2/2$ .
- 2.25. Найти площадь фигуры, ограниченной линией  $(x^2 + y^2)^3 = 4a^2xy(x^2 - y^2)$ .
- 2.26. Найти площадь фигуры, ограниченной линией  $x^4 + y^4 = x^2 + y^2$ .
- 2.27. Найти площадь фигуры, заключенной между линией  $y = xe^{-x^2/2}$  и ее асимптотой.
- 2.28. Найти площадь фигуры, заключенной между линией  $y^2 = \frac{x^3}{2a - x}$  и ее асимптотой.
- 2.29. Найти площадь фигуры, заключенной между линией  $xy^2 = 8 - 4x$  и ее асимптотой.
- 2.30. Найти площадь фигуры, заключенной между линией  $y^2 = \frac{1}{1 + x^2}$  и ее асимптотой.

### 3. Вычисление длины дуги

- 3.1. Найти длину дуги линии  $\ln x$  от точки  $x_1 = \sqrt{3}$  до точки  $x_2 = \sqrt{8}$ .
- 3.2. Найти длину дуги линии  $\ln(1 - x^2)$  от точки  $x_1 = 0$  до точки  $x_2 = 1/2$ .
- 3.3. Найти длину дуги линии  $\ln \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$  от точки  $x_1 = a$  до точки  $x_2 = b$ .
- 3.4. Вычислить длину петли линии  $9ay^2 = x(x - 3a)^2$ .
- 3.5. Найти длину линии  $y = \sqrt{x - x^2} + \arcsin \sqrt{x}$ .
- 3.6. Найти длину кардиоиды  $\rho = a(1 + \cos \varphi)$ .
- 3.7. Найти длину линии  $x = a \cos^5 t, y = a \sin^5 t$ .
- 3.8. Найти длину линии  $(y - \arcsin x)^2 = 1 - x^2$ .
- 3.9. Найти длину петли линии  $x = t^2, y = t - \frac{t^3}{3}$ .
- 3.10. Найти длину архимедовой спирали  $\rho = a\varphi$  от начала до конца первого завитка.

### 3 семестр

#### Индивидуальные задания

##### Задание № 1.

Исследовать положительные ряды на сходимость:

- |   |  |   |
|---|--|---|
| 1. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 5}{2^n}$ ;   | б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n-1}{2n+1} \right)^n$ ; | в) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n (\ln \ln n)^2}$ .      |
| 2. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$ ;  | б) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$ ;                 | в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n^2 + 4n + 5)}$ .            |
| 3. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n+1)}{1 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (3n-2)}$ ; | б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$ ;                      | в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^{n^2}$ . |

$$\begin{array}{lll}
4. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{5^n}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 \ln(n+1)}. \\
5. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n(n-1)}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2^{2^n} (n-1)!}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3(n+1)}. \\
6. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{9^n}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\arcsin \frac{1}{n}\right)^n; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{2n+1}}{n!}. \\
7. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n-1)}{1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \dots \cdot (4n-3)}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{(n-1)!}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2 + 3}. \\
8. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+1)!}{8^n n^2}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{2n+3}\right)^{n^2}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}. \\
9. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3 + 1}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(2n-1)^{n-1}}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{4n-3}\right)^{2n}. \\
10. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 11 \cdot \dots \cdot (10n-9)}{2n-1}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \sqrt{\ln n}}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{n+2}{n}\right)^{n^2}}{9^n}. \\
11. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!}{7^n n(n+1)}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{4n}\right)^{3n}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)^2 \ln n}. \\
12. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2n+1)!}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3 + 2}}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{n+3}\right)^{n^2}. \\
13. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5^n (2n-1)}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)^n}{(4n-1)^n}; & \text{в) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{5+n}{25+n^2}. \\
14. \text{ a) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \ln \frac{n+1}{n-1}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^n; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \dots \cdot (n+3)}{5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot \dots \cdot (2n+3)}. \\
15. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+3) \ln^2(n+9)}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \arccos \frac{1}{n^2 + 3}. \\
16. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^n}{(3n-2)^{n+1}}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+2) \sqrt{\ln(n+3)}}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} \frac{1}{n^3 + 1}}{\arcsin \frac{1}{n \sqrt{n}}}. \\
17. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\frac{n}{3} \ln^2(n+5)}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n+2}}{(2n^2 + 1)^{\frac{n}{2}}}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\frac{1}{\sqrt{n}}} - 1}{n+3}.
\end{array}$$



$$\begin{array}{lll}
18. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+2)! \cdot 5^n}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (n^2+1) \arccos \frac{1}{n^4+n+3}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n-5) \ln^2(n-5)}. \\
19. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{(n^2+1) \ln(n-2)}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \sin \frac{\pi}{5n+1} \right)^n; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n(n+1)}. \\
20. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (n+2)!}{n^5}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n+3}{n+1} \right)^{n^2}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^{n-1}}. \\
21. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} (3n-1) \sin \frac{\pi}{4^n}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n^2-n-1}{7n^2+3n+4} \right)^n; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\arccos \frac{1}{n}}. \\
22. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{7}{8} \right)^n \left( \frac{1}{n} \right)^7; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \arcsin \frac{1}{3n} \right)^{2n}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{2n-1} \right)^n. \\
23. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^n+6^n}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n-1}{3n} \right)^{n^2}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{(4n+5)^3}}. \\
24. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (3n+1)}{2^n \cdot n!}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{2n} \right)^{n^2}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n-1)}. \\
25. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (3n+2)}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{4n+1} \right)^{n^2}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3+8n) \ln^3(3+8n)}.
\end{array}$$

## Задание № 2.

Исследовать числовой ряд на сходимость и установить характер сходимости (абсолютная, условная):

$$\begin{array}{ll}
1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{3n-1}. & 2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{2n-1}{3n+2} \right)^n. \\
3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{2n+1}}. & 4. \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n}. \\
5. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n (\ln n)^2}. & 6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}. \\
7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n^2}{2^n}. & 8. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{5n(n+1)}. \\
9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot 5^n}. & 10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln(n+1)}. \\
11. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n}{2n+2}. & 12. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2^n}{n^4}.
\end{array}$$

$$13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)(n+4)}.$$

$$15. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2n+1}{n(n+2)}.$$

$$17. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{n}{2n+1} \right)^n.$$

$$19. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{12^n}.$$

$$21. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \sin \frac{\pi}{8^n}.$$

$$23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(n+1) \left( \frac{3}{2} \right)^n}.$$

$$25. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{tg} \frac{1}{n^{3/2}}.$$

$$14. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n-1}{3n}.$$

$$16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)2^{2n+1}}.$$

$$18. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(n+2) \ln^2(n+2)}.$$

$$20. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n \sqrt[4]{2^n}}.$$

$$22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)^{3/2}}.$$

$$24. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2+1}.$$

### Задание № 3.

Найти область сходимости функционального ряда:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3^n n (x+2)^n}.$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(x+5)^n}.$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} n^x.$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n \sqrt{n}}.$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^n x}{n}.$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 x}.$$

$$13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n (x+1)^n}.$$

$$15. \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} e^{-nx}.$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n! (x+3)^n}.$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^{-x}.$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(3x-4)^n}{5^n}.$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{e^{nx}}.$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} x^n \operatorname{tg} \frac{x}{2^n}.$$

$$12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(x-2)^n}.$$

$$14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n 2^n}{(x-3)^{2n}}.$$

$$16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-nx^2}.$$

$$17. \sum_{n=1}^{\infty} n e^{nx}.$$

$$19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+2}}{16^n (2n+1)}.$$

$$21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n-3)(2n-2)}.$$

$$23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^n x}{n(n-1)}.$$

$$25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-nx}}{n}.$$

$$18. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{x-1}{x+1} \right)^n.$$

$$20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{x^n} \left( 1 - \frac{1}{n} \right).$$

$$22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n(n+1)x^{n+1}}.$$

$$24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{n+1}}{(n+1)(n+2)}.$$

$$26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^{2n-1}}{4^n (2n-1)}.$$

#### Задание № 4.

Найти область сходимости заданных степенных рядов:

$$1. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n x^n}{n^n};$$

$$2. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^n}{n^n};$$

$$3. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{5^{n+1} n};$$

$$4. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2};$$

$$5. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(0,1)^n x^{2n}}{n};$$

$$6. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n x^n}{(2n+1)^2 \sqrt{3^n}};$$

$$7. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}};$$

$$8. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{\sqrt{n}};$$

$$9. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n^3};$$

$$10. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{n+1} \right)^{n^2} \frac{x^n}{5^n};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2 2^n}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n \cdot 2^n \sqrt{3n+1}}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (x-2)^{2n}}{n}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-4)^{2n}}{n 3^n}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n \ln(n+1)}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^{2n-1}}{2n-1}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^n \ln \left( 1 + \frac{1}{n} \right)}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{n^2}}{(n+1)^n}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n (x-5)^n}{(3n+1)^{10}}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{3n}}{n^2}.$$

$$11. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} x^n \lg \frac{1}{n};$$

$$12. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n x^n}{6^n \sqrt[3]{n}};$$

$$13. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2 x^n}{2^n};$$

$$14. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{\sqrt{2n-1}};$$

$$15. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n \sqrt{3n-1}};$$

$$16. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{\sqrt[3]{n}};$$

$$17. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{2n-1};$$

$$18. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{8^n (n^2 + 1)};$$

$$19. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!};$$

$$20. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} n! x^n;$$

$$21. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^{n-1} \sqrt{3n+4}};$$

$$22. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} n x^n;$$

$$23. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n x^n}{3n+1};$$

$$24. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{n} \right)^n x^n;$$

$$25. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{n!} x^n;$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+4)^n}{n \sqrt[3]{n}}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (2+x)^n.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{2n \cdot 4^n}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)^n (x+1)^n}{2^{n-1} n^n}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n^2}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{n^2}}{n^n}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n (x-2)^n}{\sqrt{n} \cdot 2^n}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (3n+2)(x+1)^n.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(x-5)^{2n}}{(2n+1)4^n}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^{2n}}{(n+1)4^n}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5 (x+2)^{2n+1}}{(n+1)!}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{2n}}{(n+1) \ln(n+1)}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(2n-1)2^n}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n \cdot 9^n}.$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-2)^{2n}}{2n}.$$

### Задание № 5.

Разложить заданную функцию  $f(x)$  в степенной ряд в окрестности точки  $x_0$ .  
Найти область сходимости полученного степенного ряда к данной функции.

1.  $f(x) = e^{-x^2}, x_0 = 0.$
2.  $f(x) = \ln x, x_0 = 1.$
3.  $f(x) = \frac{1}{x}, x_0 = 2.$
4.  $f(x) = \sin^2 x, x_0 = 0.$
5.  $f(x) = 3^x, x_0 = 0.$
6.  $f(x) = e^{-2x}, x_0 = 1.$
7.  $f(x) = \frac{1}{2x+5}, x_0 = 3.$
8.  $f(x) = \cos^2 x, x_0 = 0.$
9.  $f(x) = \sin \frac{\pi x}{4}, x_0 = 2.$
10.  $f(x) = \frac{x}{3+4x}, x_0 = 0.$
11.  $f(x) = \sqrt[3]{27-x}, x_0 = 0.$
12.  $f(x) = (1-x)e^{-2x}, x_0 = 0.$
13.  $f(x) = \sin 2x + 2x \cos 2x, x_0 = 0.$
14.  $f(x) = \ln(1+x-2x^2), x_0 = 0.$
15.  $f(x) = \frac{1}{x-1}, x_0 = 2.$
16.  $f(x) = \frac{x}{x^2-6x+5}, x_0 = 3.$
17.  $f(x) = \frac{x}{x^2+3x+2}, x_0 = -4.$
18.  $f(x) = e^{x^2-4x+1}, x_0 = 2.$
19.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}, x_0 = 2.$
20.  $f(x) = \sin(x^2+4x), x_0 = -2.$
21.  $f(x) = sh \frac{x^2}{2}, x_0 = 0.$
22.  $f(x) = 2x \cos^2 \frac{x}{2}, x_0 = 0.$
23.  $f(x) = \frac{7}{12+x-x^2}, x_0 = 0.$
24.  $f(x) = x \cos \frac{2x^3}{3}, x_0 = 0.$
25.  $f(x) = (x-1)shx, x_0 = 0.$
26.  $f(x) = \frac{5}{6+x-x^2}, x_0 = 0.$

#### Задание № 6.

Вычислить определенный интеграл с точностью до 0,001.

1.  $\int_0^{0.5} \frac{\arctg x^2}{x^2} dx.$
2.  $\int_0^1 \cos \frac{x^2}{4} dx.$
3.  $\int_0^{0.1} \frac{\ln(1+x)}{x} dx.$
4.  $\int_0^1 \sqrt{x} \sin x dx.$
5.  $\int_0^{0.8} \frac{1-\cos x}{x} dx.$
6.  $\int_0^{0.1} e^{-6x^2} dx.$
7.  $\int_0^{0.8} \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}.$
8.  $\int_0^{0.1} \frac{e^{-2x}}{x} dx.$
9.  $\int_0^{1.5} \frac{dx}{\sqrt[3]{27+x^3}}.$
10.  $\int_0^{0.4} \cos \left( \frac{5x}{2} \right)^2 dx.$

$$11. \int_0^{0,4} \frac{1 - e^{-\frac{x}{2}}}{x} dx.$$

$$13. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{8+x^3}}.$$

$$15. \int_0^{0,1} e^{-x^2} dx.$$

$$17. \int_0^{0,2} \frac{\sin x}{x} dx.$$

$$19. \int_0^{0,5} x \ln(1+x^2) dx.$$

$$21. \int_0^{0,5} \frac{\sin x^2}{x} dx.$$

$$23. \int_0^{0,5} \sqrt{1+x^3} dx.$$

$$25. \int_0^{0,5} \ln(1+x^3) dx.$$

$$12. \int_0^{0,4} e^{\frac{3x^2}{4}} dx.$$

$$14. \int_0^{0,4} \frac{\ln\left(1+\frac{x}{2}\right)}{x} dx.$$

$$16. \int_0^{0,5} \frac{1 - \cos x}{x^2} dx.$$

$$18. \int_0^{0,1} \frac{e^x - 1}{x} dx.$$

$$20. \int_0^{0,5} \ln(1+x^2) dx.$$

$$22. \int_0^1 e^{\frac{x^2}{2}} dx.$$

$$24. \int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{x} dx.$$

$$26. \int_0^{0,2} \sqrt{x} \cos x dx.$$

### Задание № 7.

Разложить в ряд Фурье периодическую с периодом  $T = 2\pi$  функцию  $f(x)$ , заданную на отрезке  $[-\pi, \pi]$ .

$$1. f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [-\pi, 0); \\ 4x - 3, & x \in [0, \pi]. \end{cases}$$

$$3. f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [-\pi, 0]; \\ 1 - 2x, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$5. f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [-\pi, 0]; \\ x^2, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$7. f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [-\pi, 0); \\ 3 - x, & x \in [0, \pi]. \end{cases}$$

$$9. f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x \in [-\pi, 0]; \\ 0, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$2. f(x) = \begin{cases} 5 - x, & x \in [-\pi, 0]; \\ 0, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$4. f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & x \in [-\pi, 0]; \\ 0, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$6. f(x) = \begin{cases} -1, & x \in [-\pi, 0]; \\ x, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$8. f(x) = \begin{cases} 3x + 2, & x \in [-\pi, 0]; \\ 0, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$10. f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [-\pi, 0]; \\ \frac{x}{2}, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
11. f(x) &= \begin{cases} -x, & x \in [-\pi, 0]; \\ 1, & x \in (0, \pi]. \end{cases} & 12. f(x) &= \begin{cases} -2, & x \in [-\pi, 0]; \\ x+1, & x \in (0, \pi]. \end{cases} \\
13. f(x) &= \begin{cases} 0, & x \in [-\pi, 0]; \\ 6x-5, & x \in (0, \pi]. \end{cases} & 14. f(x) &= \begin{cases} 7-3x, & x \in [-\pi, 0]; \\ 0, & x \in (0, \pi]. \end{cases} \\
15. f(x) &= \begin{cases} 0, & x \in [-\pi, 0]; \\ 3-8x, & x \in (0, \pi]. \end{cases} & 16. f(x) &= \begin{cases} x, & x \in [-\pi, 0]; \\ 2-x, & x \in (0, \pi]. \end{cases} \\
17. f(x) &= \begin{cases} 0, & x \in [-\pi, 0); \\ \frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}, & x \in [0, \pi]. \end{cases} & 18. f(x) &= \begin{cases} 7x-1, & x \in [-\pi, 0]; \\ 0, & x \in (0, \pi]. \end{cases} \\
19. f(x) &= \begin{cases} 0, & x \in [-\pi, 0); \\ \frac{x}{5} - 2, & x \in [0, \pi]. \end{cases} & 20. f(x) &= \begin{cases} 0, & x \in [-\pi, 0]; \\ 4-9x, & x \in (0, \pi]. \end{cases} \\
21. f(x) &= \begin{cases} -x-1, & x \in [-\pi, 0]; \\ 1, & x \in (0, \pi]. \end{cases} & 22. f(x) &= \begin{cases} 3+x, & x \in [-\pi, 0]; \\ 2, & x \in (0, \pi]. \end{cases} \\
23. f(x) &= \begin{cases} \frac{x}{3} - 3, & x \in [-\pi, 0]; \\ 0, & x \in (0, \pi]. \end{cases} & 24. f(x) &= \begin{cases} x, & x \in [-\pi, 0); \\ 4-x, & x \in [0, \pi]. \end{cases} \\
25. f(x) &= \begin{cases} 0, & x \in [-\pi, 0); \\ 10x-3, & x \in [0, \pi]. \end{cases} & 26. f(x) &= \begin{cases} 3-x, & x \in [-\pi, 0); \\ 0, & x \in [0, \pi]. \end{cases}
\end{aligned}$$

### Практическое задание № 8

#### Варианты практических заданий

№ п/п	Номера задач										
1	1.1	2.1	3.1	4.1	5.1	6.1	8.1	9.1	9.21	10.1	12.1
2	1.2	2.2	3.2	4.2	5.2	6.2	8.2	9.2	9.22	10.2	12.2
3	1.3	2.3	3.3	4.3	5.3	6.3	8.3	9.3	9.23	10.3	12.3
4	1.4	2.4	3.4	4.4	5.4	6.4	8.4	9.4	9.24	10.4	12.4
5	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	8.5	9.5	9.25	10.5	12.5
6	1.6	2.6	3.6	4.6	5.6	6.6	8.6	9.6	9.1	11.1	12.6
7	1.7	2.7	3.7	4.7	5.7	6.7	8.7	9.7	9.2	11.2	12.7
8	1.8	2.8	3.8	4.8	5.8	6.8	8.8	9.8	9.3	11.3	12.8
9	1.9	2.9	3.9	4.9	5.9	6.9	8.1	9.9	9.4	11.4	12.9
10	1.10	2.10	3.10	4.10	5.10	6.10	8.2	9.10	9.5	11.5	12.1 0
11	1.11	2.11	3.11	4.11	5.11	7.1	8.1	9.11	9.1	11.6	12.1 1
12	1.12	2.12	3.12	4.12	5.12	7.2	8.2	9.12	9.2	11.7	10.1
13	1.13	2.13	3.13	4.13	5.13	7.3	8.3	9.13	9.3	11.8	10.2
14	1.14	2.14	3.14	4.14	5.14	7.4	8.4	9.14	9.4	11.9	10.3
15	1.15	2.15	3.15	4.15	5.15	7.5	8.5	9.15	9.5	11.10	12.1

16	1.16	2.16	3.16	4.16	5.16	7.6	8.6	9.16	9.1	10.1	12.2
17	1.17	2.17	3.17	4.17	5.17	6.1	8.7	9.17	9.2	10.2	12.3
18	1.18	2.18	3.18	4.18	5.18	6.2	8.8	9.18	9.3	10.3	12.4
19	1.19	2.19	3.19	4.19	5.19	6.3	7.1	9.19	9.4	10.4	12.5
20	1.20	2.20	3.20	4.20	5.20	6.4	7.2	9.20	9.5	10.5	12.6

**Раздел 1. Дифференциальное исчисление функций  
нескольких переменных  
Задание № 1.**

Найти частные производные  $z_x, z_y$  функции  $z = f(x, y)$ .

1.1.  $z = \ln(3x - x^2 + 5xy)$ ;

1.2.  $z = \sqrt{3xy - x^2 + 5y^2}$ ;

1.3.  $z = (3xy^2 - 3yx^2 + 5y)^4$ ;

1.4.  $z = e^{3xy+5y-4x}$ ;

1.5.  $z = \sin(6x^4 - 4y + xy)$ ;

1.6.  $z = \operatorname{tg}^2(6y^2x^4 - 4xy + y)$ ;

1.7.  $z = (6y^2x^4 - 4xy + y)^2$ ;

1.8.  $z = \cos(4xy + y - x)^2$ ;

1.9.  $z = \ln(x^2y + y^2x - 3x + 4y)^2$ ;

1.10.  $z = \sin(2x^2y - 3x^3 + 4y^4)$ ;

1.11.  $z = (x^2 + 2x - 1)^{\ln y}$ ;

1.12.  $z = \frac{\sqrt{x^2 - y - 2}}{x^2 - y^2}$ ;

1.13.  $z = \sqrt{\frac{2y+4}{\sin x}}$ ;

1.14.  $z = \arcsin \frac{2x}{y-2}$ ;

1.15.  $z = e^{-\cos^2(3x-5y)}$ ;

1.16.  $z = x^{4-y^2}$ ;

1.17.  $z = \operatorname{arctg}(x^4 - y^2)$ ;

1.18.  $z = \operatorname{arcctg} \frac{y^2}{x}$ ;

1.19.  $z = (\ln y)^{2x-1}$ ;

1.20.  $z = (\sin x)^{\operatorname{tg} y}$ .

**Задание № 2.**

Исследовать функцию двух переменных  $z = f(x, y)$  на экстремум.

2.1.  $z = x^2 + y^2 - 9xy + 27$ ;

2.2.  $z = x^2 + 2y^2 + 1$ ;

2.3.  $z = 3 - 2x^2 - y^2 - xy$ ;

2.4.  $z = x^2 + 3y^2 + x - y$ ;

2.5.  $z = 5x^2 + y^2 - 3xy + 4$ ;

2.6.  $z = x^2 + 2y^2 + 2xy$ ;

2.7.  $z = 10 - x^2 + 2xy$ ;

2.8.  $z = x^2 - y^2 + 2xy + 4x$ ;

2.9.  $z = x^2 + xy - 2$ ;

2.10.  $z = x^2 - 2xy + 2y^2 - 2y$ ;

2.11.  $z = x^3 - 9xy + y^3$ ;

2.12.  $z = xy^2 - 4x + 8y - 11$ ;

2.13.  $z = x^2 + y^2 - 2x + 4y + 5$ ;

2.14.  $z = xy + 2x + 6y - 7$ ;

2.15.  $z = 2xy + x^2 + y^2 - 4x + 2y + 3$ ;

2.16.  $z = 4xy - x^2 - y^2 + 6x + 4y - 5$ ;

2.17.  $z = 2x^2 + 9y^2 - 4x - 6y + 2$ ;

2.18.  $z = 3x^2 + y^2 + 6x - 4y - 10$ ;



$$2.19. z = x^3 + y^3 - 6xy + 10;$$

$$2.20. z = xy + 4x + 12y + 24.$$

### Задание № 3.

Найти: а) производную функции  $z = f(x, y)$  в точке М по направлению вектора  $\vec{l}$ ;  
б) градиент функции  $z = f(x, y)$  в точке М.

$$3.1. z = \cos^3 y + \ln(x^2 + y^2); \quad M(1, 1), \quad \vec{l} = \vec{i} + 2\vec{j};$$

$$3.2. z = \arctg(x \cdot \ln(1 + y)); \quad M(1, 0), \quad \vec{l} = 2\vec{i} - \vec{j};$$

$$3.3. z = 2x^2 + 9y^2 - 4x - 6y + 2; \quad M(-2, 3), \quad \vec{l} = 3\vec{i} - 2\vec{j};$$

$$3.4. z = x^3 + y^3 - 6xy + 10; \quad M(4, 3), \quad \vec{l} = 5\vec{i} - 12\vec{j};$$

$$3.5. z = 2xy + x^2 + y^2 - 4x + 2y + 3; \quad M(-1, 3), \quad \vec{l} = 6\vec{i} - 8\vec{j};$$

$$3.6. z = x^2 + y^2 - 2x + 4y + 5; \quad M(4, -1), \quad \vec{l} = 8\vec{i} + 8\vec{j};$$

$$3.7. z = xy + 4x + 12y + 24; \quad M(3, -3), \quad \vec{l} = -\vec{i} - \vec{j};$$

$$3.8. z = 3x^2 + y^2 + 6x - 4y - 10; \quad M(6, -1), \quad \vec{l} = -4\vec{i} + \vec{j};$$

$$3.9. z = 4xy - x^2 - y^2 + 6x + 4y - 5; \quad M(1, -1), \quad \vec{l} = 5\vec{i} + 8\vec{j};$$

$$3.10. z = xy + 2x + 6y - 7; \quad M(0, -1), \quad \vec{l} = -\vec{i} + 2\vec{j};$$

$$3.11. z = x^2 - y^2 + 2xy + 4x; \quad M(2, -1), \quad \vec{l} = 3\vec{i} + \vec{j};$$

$$3.12. z = x^2 + 2y^2 + 2xy; \quad M(5, -1), \quad \vec{l} = \vec{i} - 6\vec{j};$$

$$3.13. z = x^2 + 3y^2 + x - y; \quad M(-2, -1), \quad \vec{l} = 3\vec{i} - 2\vec{j};$$

$$3.14. z = x^2 + 2y^2 + 1; \quad M(4, -3), \quad \vec{l} = \vec{i} - \vec{j};$$

$$3.15. z = x^3 - 9xy + y^3; \quad M(0, -4), \quad \vec{l} = 2\vec{i} - 4\vec{j};$$

$$3.16. z = x^2 + xy - 2; \quad M(-4, -1), \quad \vec{l} = 5\vec{i} + 2\vec{j};$$

$$3.17. z = 5x^2 + y^2 - 3xy + 4; \quad M(2, 1), \quad \vec{l} = 3\vec{i} + 2\vec{j};$$

$$3.18. z = 3 - 2x^2 - y^2 - xy; \quad M(-2, 2), \quad \vec{l} = -2\vec{i} - 6\vec{j};$$

$$3.19. z = x^2 + y^2 - 9xy + 27; \quad M(1, -1), \quad \vec{l} = 2\vec{i} - 4\vec{j};$$

$$3.20. z = x^2 + 2y^2 + 1; \quad M(-3, 3), \quad \vec{l} = 2\vec{i} + 8\vec{j}.$$

### Задание № 4.

Проверить заданное соотношение для функции  $z = f(x, y)$ .

$$4.1. \quad x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0, \quad z = e^{xy};$$

$$4.2. \quad a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial z^2} = 0, \quad z = e^{-\cos(ax+y)};$$

$$4.3. \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0, \quad z = \ln(x^2 + y^2 + 2y + 1);$$

- 4.4.  $a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0,$   $z = \sin^2(y - ax);$
- 4.5.  $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0,$   $z = \frac{y}{x};$
- 4.6.  $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0,$   $z = y \sqrt{\frac{y}{x}};$
- 4.7.  $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial}{\partial y} \left( y^2 \frac{\partial z}{\partial y} \right) = 0,$   $z = \sqrt{\frac{x}{y}};$
- 4.8.  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0,$   $z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y};$
- 4.9.  $\frac{\partial}{\partial x} \left( x^2 \frac{\partial z}{\partial x} \right) - x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0,$   $z = \frac{\sin(x - y)}{x};$
- 4.10.  $\frac{\partial}{\partial x} \left( x^2 \frac{\partial z}{\partial x} \right) - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0,$   $z = e^{\frac{y}{x}};$
- 4.11.  $\frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2},$   $z = \frac{y}{(x^2 - y^2)^{\frac{1}{2}}};$
- 4.12.  $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} - xy \frac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0,$   $z = \frac{y^2}{3x} + \arcsin(xy);$
- 4.13.  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0,$   $z = \ln(x^2 + y^2 + 2x + 1);$
- 4.14.  $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2xyz = 0,$   $z = e^{xy};$
- 4.15.  $\frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0,$   $z = \ln(x - e^{-y});$
- 4.16.  $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0,$   $z = \frac{x}{y};$
- 4.17.  $y \frac{\partial z}{\partial x \partial y} = (1 + y \ln x) \frac{\partial z}{\partial x},$   $z = x^y;$
- 4.18.  $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0,$   $z = x e^{\frac{y}{x}};$

- 4.19.  $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2},$   $z = \sin(x + ay);$
- 4.20.  $(x - y) \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial z}{\partial y},$   $z = \cos y + (y - x) \sin y;$
- 4.21.  $\frac{x}{y} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{\ln x} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = 2z,$   $z = x^y;$
- 4.22.  $\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \frac{\partial z}{\partial y} + x + z = 0,$   $z = 4e^{-2y} + (2x + 4y - 3)e^{-y} - x - 1;$
- 4.23.  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = z,$   $z = xe^y + ye^x;$
- 4.24.  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{1}{z},$   $z = \sqrt{x^2 + y^2};$
- 4.25.  $(y - x) \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial z}{\partial x},$   $z = \cos x + (x - y) \sin x;$
- 4.26.  $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 0,$   $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x};$
- 4.27.  $a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2},$   $z = A \sin \omega x \cdot \cos a \omega y;$
- 4.28.  $y \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial z}{\partial y} - \frac{\partial z}{\partial x},$   $z = e^{\frac{y}{x}};$
- 4.29.  $a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2},$   $z = \sin^2(ax - y);$
- 4.30.  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0,$   $z = \ln(x^2 + y^2);$
- 4.31.  $\frac{\partial}{\partial y} \left( y^2 \frac{\partial z}{\partial y} \right) - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0,$   $z = \frac{\sin(y - x)}{y};$
- 4.32.  $x \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + y \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - z \frac{\partial z}{\partial x} = 0,$   $z = \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2};$
- 4.33.  $3 \frac{\partial z}{\partial x} + 2 \frac{\partial z}{\partial y} = 0,$   $z = \cos^2(2x - 3y).$
- 4.34.  $3y \frac{\partial z}{\partial x} + x \frac{\partial z}{\partial y} = 0,$   $z = \sqrt{x^2 - 3y^2}.$

$$4.35. \quad 2 \frac{\partial z}{\partial x} + 3 \frac{\partial z}{\partial y} = 0, \quad z = \sin^2(3x - 2y).$$

$$4.36. \quad \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} - \frac{2}{x+y} = 0 \quad z = \ln(x^2 - y^2).$$

### Задание № 5.

Вычислить наибольшее и наименьшее значения функции  $z = f(x, y)$  в заданной области  $D$ , которая определена системой неравенств. Построить область  $D$ .

- 5.1.  $z = x^2 + y^2 - 9xy + 27, \quad 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 3;$
- 5.2.  $z = x^2 + 2y^2 + 1, \quad x \geq 0, y \geq 0, x + y < 3;$
- 5.3.  $z = 3 - 2x^2 - xy - y^2, \quad x \leq 1, y \geq 0, y \leq x;$
- 5.4.  $z = x^2 + 3y^2 + x - y, \quad x \geq 1, y \geq -1, x + y < 1;$
- 5.5.  $z = x^2 + 2xy + 2y^2, \quad -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2;$
- 5.6.  $z = 5x^2 - 3xy + y^2 + 4, \quad x \geq -1, y \geq -1, x + y \leq 1;$
- 5.7.  $z = 10 + 2xy - x^2, \quad 0 \leq y \leq 4 - x;$
- 5.8.  $z = x^2 + 2xy - y^2 + 4x, \quad x \leq 0, y \leq 0, x + y + 2 \geq 0;$
- 5.9.  $z = x^2 + xy - 2, \quad 4x^2 - 4 \leq y \leq 0;$
- 5.10.  $z = x^2 + xy, \quad -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 3;$
- 5.11.  $z = x^2 - xy + y^2 - 4x, \quad x \geq 0, y \geq 0, 2x + 3y - 12 \leq 0;$
- 5.12.  $z = x^2 + 3y^2 + x - y, \quad 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, x + y \geq 1;$
- 5.13.  $z = x^2 + y^2 - 3xy, \quad 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3;$
- 5.14.  $z = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1, \quad x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 3;$
- 5.15.  $z = xy - 2x - y, \quad 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 4;$
- 5.16.  $z = \frac{1}{2}x^2 - xy, \quad 0 \leq y \leq 3, y \geq \frac{1}{3}x^2;$
- 5.17.  $z = 2x + y - xy, \quad 0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 4;$
- 5.18.  $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y, \quad 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2;$
- 5.19.  $z = x^2 + y^2 - xy + x + y, \quad x \leq 0, y \leq 0, x + y > -3;$
- 5.20.  $z = x^2 + 8y^2 - 6xy + 1, \quad 0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 1;$
- 5.21.  $z = x^2 + 2xy - y^2 - 4x, \quad -1 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq x + 1;$
- 5.22.  $z = x^2 + 2xy - y^2 - 2x + 2y, \quad 0 \leq y \leq x + 2, -2 \leq x \leq 2;$
- 5.23.  $z = x^2 - 2xy - y^2 + 4x + 1, \quad -1 \leq y \leq -x - 1, -3 \leq x \leq 0;$
- 5.24.  $z = 4x + 2y + 4x^2 + y^2 + 6, \quad -x - 2 \leq y \leq 0, -2 \leq x \leq 0;$
- 5.25.  $z = 5x^2 - 3xy + y^2 + 4, \quad -1 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 1 - x;$

- 5.26.  $z = 4x^2 + 9y^2 - 4x - 6y + 3, \quad 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 - x;$
- 5.27.  $z = x^2 - 2xy - \frac{5}{2}y^2 - 2x, \quad 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2;$
- 5.28.  $z = 2x^2 - 4xy + 5y^2 - 8x + 6, \quad 0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 4;$
- 5.29.  $z = 5x^2 + 8xy + 5y^2 - 18x - 18y, \quad 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3;$
- 5.30.  $z = 2xy - 3x^2 - 3y^2 + 4x + 4y + 4, \quad 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 2;$
- 2.31.  $z = x^2 + y^2 - xy - x - y, \quad x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 3;$
- 5.32.  $z = xy(4 - x - y), \quad x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 8;$
- 5.33.  $z = -3x^2 + 2y^2 + 12x - 4y, \quad x \geq 0, y \geq 0, 3x + 4y \leq 12.$
- 5.34.  $z = 3y - 2x - xy, \quad x \geq 0, y \geq 0, 3x - 4y \leq 12.$
- 5.35.  $z = x^3 + y^3 - 3xy, \quad 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3;$
- 5.36.  $z = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 5, \quad x \geq -1, y \geq -1, x + y \leq 5.$

## Раздел 2. Интегральное исчисление функций нескольких переменных

### Задание № 6.

Вычислить повторный интеграл:

6.1.  $\int_0^2 dy \int_0^1 (x^2 + 2y) dx.$

6.2.  $\int_3^4 dx \int_1^2 \frac{dy}{(x+y)^2}.$

6.3.  $\int_0^1 dx \int_0^1 \frac{x^2 dy}{1+y^2}.$

6.4.  $\int_1^2 dx \int_{\frac{1}{x}}^x \frac{x^2 dy}{y^2}.$

6.5.  $\int_{-3}^3 dy \int_{y^2-4}^5 (x+2y) dx.$

6.6.  $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_{a \sin \varphi}^a r dr.$

6.7.  $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{1-x^2-y^2} dy.$

6.8.  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{3 \cos \varphi} r^2 \sin^2 \varphi dr.$

6.9.  $\int_0^1 dx \int_0^2 y dy \int_0^3 z^2 dz.$

6.10.  $\int_0^1 dx \int_0^x dy \int_0^{xy} x^3 y^2 z dz.$

### Задание № 7.

Найти уравнения линий, ограничивающих область интегрирования. Сделать рисунок области интегрирования:

7.1.  $\int_{-6}^2 dy \int_{\frac{y^2}{4}-1}^{2-y} f(x; y) dx.$

7.2.  $\int_1^3 dx \int_{x^2}^{x+9} f(x; y) dy.$

7.3.  $\int_0^4 dy \int_y^{10-y} f(x; y) dx.$

7.4.  $\int_1^3 dx \int_{\frac{x}{3}}^{2x} f(x; y) dy.$

$$7.5. \int_0^3 dx \int_0^{\sqrt{25-x^2}} f(x; y) dy.$$

$$7.6. \int_{-1}^2 dx \int_{x^2}^{x+2} f(x; y) dy.$$

### Задание № 8.

Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле:

$$8.1. \int_0^2 dx \int_x^{2x} f(x; y) dy.$$

$$8.2. \int_{-6}^2 dx \int_{\frac{x^2}{4}-1}^{2-x} f(x; y) dy.$$

$$8.3. \int_0^1 dx \int_{x^3}^{x^2} f(x; y) dy.$$

$$8.4. \int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x; y) dy.$$

$$8.5. \int_1^2 dx \int_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x; y) dy.$$

$$8.6. \int_0^2 dx \int_{\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{2x}} f(x; y) dy.$$

$$8.7. \int_1^e dx \int_0^{\ln x} f(x; y) dy.$$

$$8.8. \int_0^{2\pi} dx \int_0^{\sin x} f(x; y) dy.$$

### Задание № 9.

Вычислить двойной интеграл:

$$9.1. \iint_D (x+y) dx dy; \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 1 \leq y \leq 2.$$

$$9.2. \iint_D xy(x-y) dx dy; \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 2.$$

$$9.3. \iint_D \frac{dx dy}{(x-y)^2}; \quad 1 \leq x \leq 2, \quad 3 \leq y \leq 4.$$

$$9.4. \iint_D y \cos^2 x dx dy; \quad 0 \leq x \leq 2\pi, \quad 0 \leq y \leq 1.$$

$$9.5. \iint_D \ln(x+y) dx dy; \quad 1 \leq x \leq 2, \quad 0 \leq y \leq 1.$$

$$9.6. \iint_D x dx dy; \quad x=0, \quad y=x^3, \quad x+y=2.$$

$$9.7. \iint_D \sin(x+y) dx dy; \quad x=y, \quad y=0, \quad x+y=\frac{\pi}{2}.$$

$$9.8. \iint_D x^2 y dx dy; \quad y=0, \quad y=1-x^2.$$

$$9.9. \iint_D x^3 y dx dy; \quad y=x, \quad y^2=x.$$

$$9.10. \iint_D (1-y^2-x^2) dx dy; \quad x=1, \quad y=x, \quad y=2x.$$

$$9.11. \iint_D (x+y) dx dy; \quad y=1, \quad x=0, \quad y=\sqrt{x}.$$

$$9.12. \iint_D (x+2y) dx dy; \quad x=2, \quad y=3, \quad y=x, \quad y=2x.$$

$$9.13. \iint_D y \ln x dx dy; \quad xy=1, \quad x=2, \quad y=\sqrt{x}.$$

$$9.14. \iint_D (x^3+y^3) dx dy; \quad x=4, \quad x=2y, \quad x=y.$$

$$9.15. \iint_D (1+2x+2y) dx dy; \quad y=x, \quad y=0, \quad x+y=1.$$

$$9.16. \iint_D xy dx dy; \quad x+y=2, \quad y=x^3, \quad y=0.$$

$$9.17. \iint_D (4-y) dx dy; \quad y=1, \quad 4y=x^2, \quad x \geq 0.$$

$$9.18. \iint_D x^3 y^2 dx dy; \quad x^2+y^2=4.$$

$$9.19. \iint_D (x^2+y) dx dy; \quad y=x^2, \quad y^2=x.$$

$$9.20. \iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy; \quad x=2, \quad y=x, \quad xy=1.$$

$$9.21. \iint_D \cos(x+y) dx dy; \quad x=0, \quad y=\pi, \quad y=x. \quad 9.22. \iint_D \sqrt{1-x^2-y^2} dx dy; \quad x^2+y^2=1, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0.$$

$$9.23. \iint_D x^2 y^2 \sqrt{1-x^3-y^3} dx dy; \quad x^3+y^3=1, \quad x=0, \quad y=0.$$

$$9.24. \iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{1-x^2-y^2}}; \quad x^2+y^2=1, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0.$$

$$9.25. \iint_D \sqrt{x^2-y^2} dx dy; \quad x=1, \quad y=x, \quad y=-x.$$

### Задание № 10.

С помощью перехода к полярным координатам вычислить двойной интеграл:

$$10.1. \int_0^R dx \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} \ln(x^2 + y^2 + 1) dy.$$

$$10.2. \iint_D \sqrt{\frac{1-x^2-y^2}{1+x^2+y^2}} dx dy; \quad D = \{(x; y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0, x \geq 0\}$$

$$10.3. \iint_D (2-2x-3y) dx dy; \quad D = \{(x; y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4\}.$$

$$10.4. \iint_D \sqrt{9-x^2-y^2} dx dy; \quad D = \{(x; y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 \leq 3x\}$$

$$10.5. \iint_D \arctg \frac{y}{x} dx dy; \quad D = \left\{ (x; y) \in R^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, \frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq x\sqrt{3} \right\}.$$

### Задание № 11.

С помощью двойных интегралов вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$11.1. y = x^2; \quad y = x + 2.$$

$$11.2. x = y^2 - 2y; \quad x + y = 0.$$

$$11.3. y = \sin x; \quad y = \cos x; \quad x = 0.$$

$$11.4. x = 0; \quad y = 0; \quad x + y = 1.$$

$$11.5. x = y; \quad y = 5x; \quad x = 1.$$

$$11.6. 9x^2 + 4y^2 = 36.$$

$$11.7. y = \sqrt{x}; \quad y = 2\sqrt{x}; \quad x = 4.$$

$$11.8. (x^2 + y^2)^2 = 2x^3.$$

$$11.9. x^3 + y^3 = 2xy; \quad x \geq 0; \quad y \geq 0.$$

$$11.10. (x+y)^5 = x^2 y^2; \quad x \geq 0; \quad y \geq 0.$$

### Задание № 12.

С помощью двойных интегралов вычислить объём тела, ограниченного поверхностями:

$$12.1. z = 5 - x; \quad y^2 = 5x; \quad z = 0.$$

$$12.2. z = x^2 + y^2; \quad y = x^2; \quad y = 1; \quad z = 0.$$

$$12.3. x = y = z = 0; \quad x = 4; \quad y = 4; \quad z = x^2 + y^2 + 1.$$

$$12.4. x = y = z = 0; \quad x = 1; \quad y = 2; \quad z = x^2 + y^2.$$

$$12.5. x = y = z = 0; \quad 6x + 3y + 2z - 6 = 0.$$

$$12.6. y = z = 0; \quad 3x + y = 6; \quad 3x + 2y = 12; \quad x + y + z = 6.$$

$$12.7. z = x^2 + y^2; \quad x = y = z = 0; \quad x + y = 1.$$

$$12.8. z = x^2 + y^2; \quad z = 0; \quad y = 1; \quad y = 2x; \quad x + y = 6.$$

$$12.9. y = \sqrt{x}; \quad y = 2\sqrt{x}; \quad z = 0; \quad x + z = 6.$$

$$12.10. x = y = z = 0; \quad 2x + 3y - 12 = 0; \quad 2z = y^2.$$

$$12.11. z = 9 - y^2; \quad 3x + 4y = 12; \quad x = y = z = 0; \quad y \geq 0.$$

### Задание № 13.

Найти производную скалярного поля  $u(x, y, t)$  в точке  $M_0$  по направлению нормали к поверхности  $S$  (нормаль образует острый угол с положительным направлением оси  $Oz$ ).

№	$u$	$S$	$M_0$
---	-----	-----	-------

9.1.	$u = 4 \ln(3 + x^2) - 8xyz$	$x^2 - 2y^2 + 2z^2 = 1$	$(1, 1, 1)$
9.2.	$u = x\sqrt{y} + y\sqrt{z}$	$4z + 2x^2 - y^2 = 0$	$(2, 4, 4)$
9.3.	$u = -2 \ln(x^2 - 5) - 4xyz$	$x^2 + 2y^2 - 2z^2 = 1$	$(1, 1, 1)$
9.4.	$u = \frac{1}{4}x^2y - \sqrt{x^2 + 5z^2}$	$z^2 = x^2 + 4y^2 - 4$	$\left(-2, \frac{1}{2}, 1\right)$
9.5.	$u = xz^2 - \sqrt{x^3y}$	$x^2 - y^2 - 3z + 12 = 0$	$(2, 2, 4)$
9.6.	$u = x\sqrt{y} - yz^2$	$x^2 + y^2 = 4z$	$(2, 1, -1)$
9.7.	$u = 7 \ln\left(\frac{1}{13} + x^2\right) - 4xyz$	$7x^2 - 4y^2 + 4z^2 = 7$	$(1, 1, 1)$
9.8.	$u = \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + xz$	$x^2 + y^2 - 2z = 10$	$(2, 2, -1)$
9.9.	$u = \ln(1 + x^2) - xy\sqrt{z}$	$4x^2 - y^2 + z^2 = 16$	$(1, -2, 4)$
9.10.	$u = \sqrt{x^2 + y^2} - z$	$x^2 + y^2 = 24z$	$(3, 4, 1)$
9.11.	$u = x\sqrt{y} - (z + y)\sqrt{x}$	$x^2 - y^2 + z^2 = 4$	$(1, 1, -2)$
9.12.	$u = \sqrt{xy} - \sqrt{4 - z^2}$	$z = x^2 - y^2$	$(1, 1, 0)$
9.13.	$u = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}$	$2x^2 - y^2 + z^2 - 1 = 0$	$(0, -3, 4)$
9.14.	$u = \ln(1 + x^2 + y^2) - \sqrt{x^2 + z^2}$	$x^2 - 6x + 9y^2 + z^2 = 4z + 4$	$(3, 0, -4)$
9.15.	$u = y\sqrt{x} - xy^2z$	$-2x + y^2 + z^2 = 0$	$(1, 1, 1)$
9.16.	$u = x + \ln(z^2 + y^2)$	$x = 3y^2 - z^2$	$(2, 1, 1)$
9.17.	$u = x^2y - \sqrt{xy + z^2}$	$x^2 + z^2 = y$	$(1, 5, -2)$
9.18.	$u = y \ln(1 + x^2) - \operatorname{arctg} z$	$x^2 = z^2 + 2y^2 - 3y$	$(0, 1, 1)$
9.19.	$u = x(\ln y - \operatorname{arctg} z)$	$x^2 + 2x + z^2 - 2z = 1$	$(-2, 1, 1)$
9.20.	$u = \ln(3 - x^2) + xy^2z$	$3x^2 - 2y^2 + z^2 = 1$	$(1, 3, 2)$

**Задание № 14.**

Найти:



- 1) Поток заданного векторного поля  $\vec{F}$  через внешнюю часть  $S$  заданной плоскости  $P$ , которая вместе с координатными плоскостями образует пирамиду  $V$ ;
- 2) Циркуляцию векторного поля  $\vec{F}$  вдоль границы  $L$  поверхности  $S$  в направлении противоположном движению часовой стрелки.
- а) непосредственно;    б) по формуле Стокса.

№	$\vec{F}$	$P$
10.1.	$(x+z)\vec{i}$	$x+y+z-2=0$
10.2.	$(y-x+z)\vec{j}$	$2x-y+2z-2=0$
10.3.	$(x+7z)\vec{k}$	$2x+y-z-4=0$
10.4.	$(x+2y-z)\vec{i}$	$-x+2y+2z-4=0$
10.5.	$(2x+3y-3z)\vec{j}$	$2x-3y+2z-6=0$
10.6.	$(2x+4y+3z)\vec{k}$	$3x+2y+3z-6=0$
10.7.	$(x-y+z)\vec{i}$	$-x+2y+z-4=0$
10.8.	$(3x+4y+2z)\vec{j}$	$x+y+2z-4=0$
10.9.	$(5x+2y+3z)\vec{k}$	$x+y+3z-3=0$
10.10.	$(x-3y+6z)\vec{i}$	$-x+y+2z-4=0$
10.11.	$(x+y-z)\vec{j}$	$x+2y+z-1=0$
10.12.	$(x+2z)\vec{k}$	$x-2y+z-4=0$
10.13.	$(x-y+z)\vec{i}$	$x+2y+z-2=0$
10.14.	$(4x+2y+z)\vec{j}$	$x+y+3z-3=0$
10.15.	$(x+y-z)\vec{k}$	$2x+y-z-1=0$
10.16.	$(-x+y+z)\vec{i}$	$2x-y+2z-2=0$
10.17.	$(x+2y)\vec{j}$	$x-y+z-4=0$
10.18.	$(y+2z)\vec{k}$	$2x-y+z-2=0$
10.19.	$(x+y)\vec{i}$	$x+y-2z-4=0$
10.20.	$(2x+y)\vec{j}$	$-x+y+4z-1=0$

### Задание № 15.

Решить дифференциальные уравнения первого порядка:

- |      |   |  |
|------|---|--|
| 8.1. | а) $x dx + dy = 0, y(0) = 0;$   | б) $y' + \frac{2y}{x} = 2x^2 \cdot y^{\frac{3}{4}}.$ |
| 8.2. | а) $(x+y)y' = y, y(1) = 1;$   | б) $y' + 2xy = xe^{-x^2}.$                           |
| 8.3. | а) $\cos x dx + 2y dy = 0, y(0) = 0;$                                   | б) $(x-1)y' - y = y^2.$                              |
| 8.4. | а) $y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x}, y\left(\frac{1}{2}\right) = 1;$ | б) $x^2 y' + xy = 1.$                                |
| 8.5. | а) $(1+y^2)dx - (1+x^2)dy = 0, y(0) = 0$                                | б) $xy' + y = xy^2 \ln x.$                           |
| 8.6. | а) $y' = \frac{2(x+y)}{x}, y(1) = 1;$                                   | б) $y'\sqrt{1-x^2} + y = \arcsin x.$                 |
| 8.7. | а) $xy' = 1 + y^2, y(1) = 0;$   | б) $y' + xy = xy^3.$                                 |

- 8.8. a)  $y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{y}{x}$ ,  $y(1)=1$ ; б)  $y' \sin x - y \cos x = 1$ .
- 8.9. a)  $y' = 2x + 2xy$ ,  $y(1)=0$ ; б)  $(1-x^2)y' - xy = xy^2$ .
- 8.10. a),  $y' = \frac{y}{x} + \sin \frac{2y}{x}$ ,  $y(1) = \frac{\pi}{4}$ ; б)  $(1+x)y' - y = \operatorname{arctg} x$ .
- 8.11. a),  $y' = \frac{y}{\sqrt{x^2+1}}$ ,  $y(0)=1$ ; б)  $3y^2 y' + y^3 = x+1$ .
- 8.12. a)  $y' = \frac{2xy+y^2}{x^2}$ ,  $y(1)=1$ ; б)  $y' + y \operatorname{tg} x = \sin 2x$ .
- 8.13. a)  $(1+x^2)y' = 2xy$ ,  $y(0)=2$ ; б)
- $(x^2+2xy-y^2)dx + (x^2-2xy-y^2)dy = 0$ .
- 8.14. a),  $y' = \frac{y}{x} + \operatorname{tg} \frac{y}{x}$ ,  $y(1) = \frac{\pi}{4}$ ; б)  $y' \cos x + y = 1 + \sin x$ .
- 8.15. a),  $y' \operatorname{tg} x = y$ ,  $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ ; б)  $xy' - 4y = x^2 \sqrt{y}$ .
- 8.16. a)  $y' = \frac{y + \sqrt{y^2+x^2}}{x}$ ,  $y(1)=0$ ; б)  $y' + 3 \operatorname{tg}(3x)y = \sin 6x$ .
- 8.17. a)  $y' + xy = xy^2$ ,  $y(0)=2$ ; б)  $xy' + y = y^2 \ln x$ .
- 8.18. a)  $xy' = 2y - x$ ,  $y(1)=2$ ; б)  $(2x+1)y' + y = x$ .
- 8.19. a)  $\sqrt{1-y^2}dx = \sqrt{1-x^2}dy$ ,  $y(0)=0$ ; б)  $y' - y \operatorname{tg} x + y^2 \cos x = 0$ .
- 8.20. a)  $(x^2+y^2)dx = 2xydy$ ,  $y(4)=0$ ; б)  $y' + y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$ .
- 8.21. a)  $e^x dx - 2e^{2y} dy = 0$ ,  $y(0)=0$ ; б)  $y' + 2xy = 2x^3 \cdot y^3$ .
- 8.22. a)  $(x^2+y^2+xy)dx - x^2 dy = 0$ ,  $y(1)=0$ ; б)  $y' - \frac{y}{x} = \frac{-2}{x^2}$ .
- 8.23. a)  $(1+y)dx + (1+x)dy = 0$ ;  $y(0)=0$ ; б)  $y' + \frac{2y}{x} = \frac{2\sqrt{y}}{\cos^2 x}$ .
- 8.24. a)  $y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x}$ ;  $y(3)=6$  б)  $y' + \frac{y}{2x} = x^2$ .
- 8.25. a)  $\operatorname{tg} x \cdot dx + \frac{dy}{\cos^2 y} = 0$ ;  $y(0)=0$ ; б)  $xy' - 4y - x^2 \sqrt{y} = 0$ .
- 8.26. a)  $(x+y)y' = x-y$ ;  $y(1) = \frac{1}{2}$ ; б)  $y' + \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}$ .

- 8.27. а)  $x^3 y' + y^3 = 0$ ;  $y(2) = \pm 2$ ; б)  $y' = x\sqrt{y} + \frac{xy}{x^2 - 1}$ .
- 8.28. а)  $xy' = y \ln\left(\frac{x}{y}\right)$ ;  $y(1) = 1$ ; б)  $y' + 2xy = -2x^3$ .
- 8.29. а)  $2\sqrt{x} \cdot y' = y$ ;  $y(4) = e^2$ ; б)  $xy' + y = y^2$ .
- 8.30. а)  $xy' = y - 2\sqrt{xy}$ ;  $y(e) = 0$ ; б)  $y' = 2\sqrt{y} \ln x$ .
- 8.31. а)  $y' = 3y\sqrt{x}$ ;  $y(1) = e^2$ ; б)  $xy' - y = x^2 \cdot \ln x$ .
- 8.32. а)  $(e^x + 1)dy + (y - e^x)dx$ ;  $y(0) = 2$ ; б)  $3xy' - 2y = \frac{x^2}{y^2}$ .
- 8.33. а)  $xy + y^2 = (2x^2 + xy)y'$ ;  $y(1) = 1$ ; б)  $y' = \frac{y}{x} + \sin\left(\frac{y}{x}\right)$ .
- 8.34. а)  $xy' + y = \sin x$ ;  $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2}{\pi}$ ; б)  $y' - xy - y^3 e^{-x^2} = 0$ .
- 8.35. а)  $(x^2 - 2y)dx + 2xdx = 0$ ;  $y(1) = -1$ ; б)  $xy' + y = x^3 \cdot y^4$ .
- 8.36. а)  $3xy' + y = 2y^2$ ;  $y(1) = 1$ ; б)  $xy' - y = x^2 \sin x$ .

#### Задание № 16.

Решить дифференциальные уравнения второго порядка:

- 9.1. а)  $x^3 y'' + x^2 y' = 1$ ;  
б)  $y'' - 4y' + 5y = xe^{2x}$ ,  $y(0) = 1, y'(0) = 0$ .
- 9.2. а)  $y'' + \operatorname{tg} x y' = \sin 2x$ ;  
б)  $y'' - 5y' + 6y = 12 \cos 2x - 8 \sin 2x$ ,  $y(0) = y'(0) = 0$ .
- 9.3. а)  $y'' - \operatorname{ctg} x \cdot y' = \sin^3 x$ ;  
б)  $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}$ ;  $y(0) = 2; y'(0) = 8$ .
- 9.4. а)  $2xy'' \cdot y' = (y')^2 + 1$ ;  
б)  $y'' + y = \cos 2x$ ;  $y(0) = 1; y'(0) = 0$ .
- 9.5. а)  $y'' x \ln x = y'$ ;  
б)  $y'' - y' = 5x^2$ ;  $y(0) = 0; y'(0) = 1$ ;
- 9.6. а)  $2yy'' = (y')^2$ ;  
б)  $y'' - 5y' + 6y = (12x - 1)e^{-x}$ ;  $y(0) = y'(0) = 0$ ;
- 9.7. а)  $2xy'' = y'$ ;  
б)  $y'' + 6y' + 9y = 10 \sin x$ ;  $y(0) = y'(0) = 0$ ;
- 9.8. а)  $(1 + y^2)y'' - 3yy'^2 = 0$ ;

- 9.9. а)  $y'' + 4y = e^{-2x}$ ;  $y(0) = y'(0) = 0$ ;  
 б)  $(1 + x^2)y'' + (y')^2 + 1 = 0$ ;  
 в)  $y'' - 4y' + 5y = 2x^2e^x$ ;  $y(0) = 2$ ;  $y'(0) = 3$ .
- 9.10. а)  $2yy'' + (y')^2 = 0$ ;  
 б)  $y'' + 6y' + 13y = 26x$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y'(0) = 1$ .
- 9.11. а)  $(1 + y)y'' = 5(y')^2$ ;  
 б)  $y'' - 6y' + 9y = x^2 - x + 3$ ;  $y(0) = \frac{4}{3}$ ;  $y'(0) = \frac{1}{27}$ .
- 9.12. а)  $xy'' = y' \ln \frac{y'}{x}$ ;  
 б)  $y'' - 3y' = x + \cos x$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y'(0) = -\frac{1}{3}$ .
- 9.13. а)  $xy'' - y' = x^2e^x$ ;  
 б)  $y'' - 6y' + 9y = e^{3x}$ ;  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = 0$ .
- 9.14. а)  $y^2 + (y')^2 = 2yy''$ ;  
 б)  $y'' - y = 3xe^{2x}$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y'(0) = -5$ ;
- 9.15. а)  $y'' + 2x(y')^2 = 0$ ;  
 б)  $y'' - 2y' + 5y = 5x^2 - 4x + 2$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y'(0) = 2$ ;
- 9.16. а)  $x \cdot y'' + y' - x^2 - 1 = 0$ ;  
 б)  $y'' - 4y' + 4y = 2(\sin 2x + x)$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y'(0) = -2$ ;
- 9.17. а)  $y'' \operatorname{tg} x = y' + 1$ ;  
 б)  $y'' + 4y = 8 \sin 2x$ ;  $y(0) = y'(0) = 0$ ;
- 9.18. а)  $y''(3y + 4) = 3(y')^2$ ;  
 б)  $y'' - 4y' + 4y = e^{3x}$ ;  $y(0) = 2$ ;  $y'(0) = 0$ ;
- 9.19. а)  $x^2y'' + xy' = 1$ ;  
 б)  $y'' + 9y = 6e^{3x}$ ;  $y(0) = y'(0) = 0$ ;
- 9.20. а)  $y'' + \frac{2}{1-y}(y')^2 = 0$ ;  
 б)  $y'' - 3y' + 2y = e^{3x}(3 - 4x)$ ;  $y(0) = y'(0) = 0$ ;
- 9.21. а)  $xy'' = y' + x \sin \frac{y'}{x}$ ;  
 б)  $y'' - 5y' + 6y = x^2 - x$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y'(0) = \frac{1}{9}$ ;

- 9.22. а)  $y'' = \sqrt{y'}$ ;  
 б)  $y'' + 2y' + y = x \sin x$ ;  $y(0) = y'(0) = 0$ ;
- 9.23. а)  $2yy'' = y'^2 + 1$ ;  
 б)  $y'' - y' = x + 1$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y'(0) = 2$ ;
- 9.24. а)  $y'' = \sqrt{1 + (y')^2}$ ;  
 б)  $y'' - 3y' - 4y = 17 \sin x$ ;  $y(0) = 4$ ;  $y'(0) = 0$ ;
- 7.25. а)  $xy'' = y' - \ln\left(\frac{y'}{x}\right)$ ;  
 б)  $y'' - 4y' + 13y = e^{2x} \cdot \cos 3x$ ;  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = -1$ ;
- 9.26. а)  $yy'' = y' + (y')^2$ ;  
 б)  $y'' + 2y' + 2y = e^{-x}(2 \cos x - 2 \sin x)$ ;  $y(0) = y'(0) = 0$ ;
- 9.27. а)  $(1 + \sin x)y'' = \cos x \cdot y'$ ;  
 б)  $y'' + y' = \frac{1}{1 + e^x}$ ;  $y(0) = y'(0) = 0$ ;
- 9.28. а)  $x^2 y'' = y'^2$ ;  
 б)  $y'' - 2y' + 10y = 10x^2 + 18x + 6$ ;  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = 3, 2$ ;
- 9.29. а)  $-x \cdot y'' + 2y' = \frac{2}{x^2}$ ;  
 б)  $y'' - y' = 2(1 - x)$ ;  $y(0) = y'(0) = 1$ ;
- 9.30. а)  $2xy' + y'' = y'^2 - 1$ ;  
 б)  $y'' - 2y' = e^x(x^2 - x + 3)$ ;  $y(0) = y'(0) = 2$ ;
- 9.31. а)  $y'' + \frac{2xy'}{1 + x^2} = 2x$ ;  
 б)  $y'' + y + \sin 2x = 0$ ;  $y(\pi) = y'(\pi) = 1$ ;
- 9.32. а)  $(1 + x^2)y'' + y'^2 + 1 = 0$ ;  
 б)  $y'' - 2y' + 5y = 5x^2 + e^x \cos x$ ;  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = -1$ ;
- 9.33. а)  $xy'' = y' + x \sin\left(\frac{y'}{x}\right)$ ;  
 б)  $y'' - 3y' = 5x + 2 + xe^x$ ;  $y(0) = -1$ ;  $y'(0) = 1$ ;
- 9.34. а)  $2yy'' = y^2 + (y')^2$ ;  
 б)  $y'' - 3y' - y = 17 \sin x + xe^{-x}$ ;  $y(0) = 4$ ;  $y'(0) = 0$ ;
- 9.35. а)  $(1 + x)y'' + y' + 1 = 0$ ;

$$\begin{aligned} & \text{б) } y'' + 2y' + y = \sin x - xe^{-x}; & y(0) = 0; & y'(0) = 1; \\ 9.36. & \text{ а) } y'' + y' \operatorname{tg} x = \sin 2x; \\ & \text{б) } y'' - y' = x^2 + 2x + e^x; & y(0) = y'(0) = 0. \end{aligned}$$

**Критерии и шкала оценивания по оценочному средству  
«Индивидуальные задания»**

Шкала оценивания	Критерий оценивания
1 семестр	
Зачтено (10 баллов)	Правильно решены 90-100% заданий
Не зачтено (0 баллов)	Правильно решены менее 90% заданий
2-3 семестры	
Зачтено (20 баллов)	Правильно решены 90-100% заданий
Не зачтено (0 баллов)	Правильно решены менее 90% заданий

**2.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации  
(письменный экзамен)**

Семестр 1

**Вопросы к экзамену**

1. Множество действительных чисел. Модуль действительного числа и его свойства.
2. Ограниченные и неограниченные множества на числовой прямой. Признак ограниченности множества.
3. Понятие функции и способы ее задания. Действия над функциями. График функции. Элементарные преобразования графиков.
4. Монотонные функции на числовом промежутке. Четные и нечетные функции. Периодические функции.
5. Окрестность точки на числовой прямой. Предельные точки множества. Понятие предела функции в точке и его геометрический смысл.
6. Первый замечательный предел (лемма о вспомогательных неравенствах; теорема о первом замечательном пределе).
7. Теоремы о пределах (теорема о единственности предела; теорема о предельном переходе в неравенствах).
8. Теоремы о пределах (теорема о пределе промежуточной функции; теорема об ограниченности функции, имеющей конечный предел).
9. Пределы суммы, разности, произведения и частного двух функций.
10. Предел функции при аргументе, стремящемся к  $\infty$ . Предел числовой последовательности.
11. Бесконечно малые функции и их свойства. Сравнение бесконечно малых функций.
12. Бесконечно большие функции и бесконечные пределы. Теорема о связи понятия бесконечно большой функции с понятием бесконечно малой функции.
13. Вычисление предела суммы, разности, произведения и частного двух функций в особых случаях.
14. Эквивалентные бесконечно малые функции и вычисление с их помощью пределов.

15. Односторонние пределы функций. Теорема о связи понятий односторонних пределов с понятием обычного предела.
16. Аксиома непрерывности множества действительных чисел. Точные границы числовых множеств. Теоремы о существовании точной верхней и точной нижней границ и их свойствах.
17. Теоремы о пределе монотонной числовой последовательности. Теорема Вейерштрасса.
18. Число  $\varepsilon$ . Теорема о втором замечательном пределе.
19. Теоремы о третьем, четвертом и пятом замечательных пределах и следствия из них.
20. Понятие непрерывной функции. Непрерывность суммы, разности, произведения и частного двух непрерывных функций. Теорема о непрерывности композиции функций.
21. Односторонняя непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва.
22. Односторонние пределы монотонных функций.
23. Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
24. Понятия производной и дифференцируемости функции. Теорема о связи дифференцируемости с непрерывностью функции.
25. Касательная к графику функции. Геометрический смысл дифференцируемости функции.
26. Производная суммы, разности, произведения и частного двух функций. Теорема о производной композиции двух функций.
27. Производные элементарных функций. Теорема о производной обратной функции. Гиперболические функции и их производные.
28. Параметрический путь. Примеры. Теорема о касательной к параметризованному пути. Параметрический способ задания функции. Теорема о производной параметрически заданной функции.
29. Понятие дифференциала функции. Геометрический и механический смысл дифференциала функции.
30. Дифференциал суммы, разности, произведения и частного двух функций. Дифференциал композиции двух функций. Дифференциалы высших порядков.
31. Возрастание и убывание функции в точке.
32. Свойства дифференцируемых функций (теорема Ферма; теорема Ролля).
33. Свойства дифференцируемых функций (теорема Лагранжа; теорема Коши).
34. Признак монотонности функции на промежутке. Точки экстремума. Теорема о необходимом условии существования экстремума функции одной переменной.
35. Теоремы о первом и втором достаточных условиях существования экстремума функции одной переменной.
36. Направление выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции.
37. Невертикальные асимптоты графика функции.
38. Раскрытие неопределенностей типа  $\left[ \frac{0}{0} \right]$  и  $\left[ \frac{\infty}{\infty} \right]$  с помощью правил Лопиталя.

## Семестр 2

### **Вопросы к экзамену**

1. Понятие первообразной. Теорема о первообразной.
2. Понятие неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла.
3. Таблица основных интегралов.
4. Теорема об интегрировании по частям.
5. Теорема о замене переменной в неопределенном интеграле.
6. Понятия рациональной функции, простейших рациональных функций. Интегрирование простейших дробей первого и второго типа.
7. Интегрирование простейших дробей третьего типа.
8. Интегрирование простейших дробей четвертого типа.
9. Интегрирование правильной рациональной функции.
10. Интегрирование неправильной рациональной функции.

11. Интегрирование тригонометрических выражений.
12. Интегрирование выражений, содержащих радикалы.
13. Разбиение отрезка. Ранг разбиения. Интегральная сумма. Понятие определенного интеграла. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
14. Необходимое условие интегрируемости функции. Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости функции. Достаточные условия интегрируемости функции.
15. Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем значении.
16. Теорема о формуле Ньютона – Лейбница.
17. Теорема об интегрировании по частям в определенном интеграле.
18. Замена переменной интегрирования и подстановки в определенном интеграле.
19. Теорема о площади криволинейной трапеции и следствия из нее.
20. Теорема о площади криволинейного сектора.
21. Спрямоугольность и длина плоской кривой. Теорема Жордана. Вычисление длины гладкой кривой. Вычисление длины гладкой кривой, заданной в декартовых координатах, и кривой, заданной в полярных координатах.
22. Несобственные интегралы. Теорема о несобственном интеграле.
23. Понятие остатка несобственного интеграла. Теорема об остатке несобственного интеграла.

### Семестр 3

#### **Вопросы к экзамену**

1. Понятие числового ряда. Сходящийся числовой ряд и его сумма. Теорема о геометрическом ряде.
2. Теорема о сложении сходящихся числовых рядов. Теорема об умножении сходящегося числового ряда на число.
3. Определение остатка числового ряда. Теоремы об остатке сходящегося числового ряда.
4. Необходимое условие сходимости числового ряда. Гармонический ряд.
5. Положительные числовые ряды. Критерий сходимости положительных рядов.
6. Сравнение положительных рядов.
7. Признаки Коши и Даламбера сходимости положительных рядов.
8. Интегральный признак сходимости положительных рядов и его применение. Теорема об обобщенных гармонических рядах.
9. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница о знакопередающихся рядах.
10. Абсолютная и условная сходимость рядов. Положительная и отрицательная части числового ряда. Признаки Даламбера и Коши абсолютной сходимости числового ряда.
11. Необходимое и достаточное условие сходимости (критерий Коши) числовой последовательности и числового ряда.
12. Функциональная последовательность. Область сходимости и предельная функция. Функциональные ряды. Область сходимости и сумма функционального ряда.
13. Равномерная сходимость функциональной последовательности и функционального ряда. Теорема Вейерштрасса о равномерной и абсолютной сходимости функционального ряда.
14. Необходимое и достаточное условия равномерной сходимости функциональных рядов и функциональных последовательностей. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.
15. Понятие степенного ряда. Теорема об интервале и радиусе сходимости степенного ряда. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов.



16. Разложение функции в степенной ряд. Теорема о единственности разложения функции в степенной ряд. Формула Тейлора. Теорема об условии сходимости ряда Тейлора.
17. Теорема о разложении функции  $f(x) = e^x$  в степенной ряд.
18. Теорема о разложении функции  $f(x) = \sin x$  в степенной ряд. Теорема о разложении функции  $f(x) = \cos x$  в степенной ряд.
19. Теорема о разложении функции  $f(x) = \ln(1+x)$  в степенной ряд. Теорема о разложении функции  $f(x) = \arctg x$  в степенной ряд.
20. Теорема о разложении функции  $f(x) = (1+x)^m$  в биномиальный ряд.
21. Понятие степенного ряда в комплексной области. Круг сходимости степенного ряда. Теорема Абеля.
22. Показательная и тригонометрические функции комплексной переменной. Формулы Эйлера. Тригонометрическая система функций и её ортогональность.
23. Понятие тригонометрического ряда. Ряд Фурье. Комплексная форма ряда Фурье.
24. Сходимость ряда Фурье. Теорема Дирихле. Ряды по косинусам и синусам.
25. Функция двух переменных. Предел и непрерывность функции двух переменных.
26. Частные производные функции нескольких переменных. Понятие дифференцируемости функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции нескольких переменных.
27. Производная и дифференциал сложной функции. Неявные функции и их дифференцирование. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
28. Экстремумы функции двух переменных. Теоремы о необходимом и достаточном условиях существования экстремума функции двух переменных.
29. Понятие производной по направлению функции нескольких переменных. Теорема о производной по направлению функции нескольких переменных. Понятие градиента функции нескольких переменных. Свойства градиента. Теорема о направлении и длине градиента.
30. Понятие интегральной суммы для функции двух переменных. Понятие двойного интеграла. Геометрический смысл двойного интеграла. Необходимое условие существования двойного интеграла.
31. Суммы Дарбу для функции двух переменных. Признак интегрируемости функции двух переменных.
32. Достаточные условия существования двойного интеграла.
33. Свойства двойного интеграла.
34. Понятие повторного интеграла. Вычисление двойного интеграла повторным интегрированием.
35. Понятие тройного интеграла. Вычисление тройного интеграла.
36. Теорема о преобразовании двойного интеграла к полярным координатам.
37. Тройной интеграл в сферических и цилиндрических координатах.
38. Применение кратных интегралов к вычислению площадей плоских фигур.
39. Применение кратных интегралов к вычислению объемов тел.
40. Вычисление массы и координат центра тяжести плоской фигуры и тела.
41. Вычисление площади поверхности.
42. Вычисление моментов инерции плоской фигуры и тела.
43. Задачи, приводящие к криволинейным интегралам. Понятие криволинейного интеграла первого рода и его свойства.
44. Понятие криволинейного интеграла второго рода и его свойства.
45. Теорема о существовании криволинейного интеграла и формуле для его вычисления.
46. Вычисление работы переменной силы с помощью криволинейного интеграла.

47. Теорема о формуле Римана-Грина и следствие из нее. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.
48. Определение поверхностного интеграла первого рода. Вычисление поверхностных интегралов первого рода.
49. Определение поверхностного интеграла второго рода. Вычисление поверхностных интегралов второго рода.
50. Понятие скалярного поля. Производная по направлению и градиент.
51. Понятие векторного поля. Поток векторного поля через ориентированные поверхности. Основные свойства и физический смысл потока векторного поля.
52. Теорема Остроградского.
53. Дивергенция векторного поля и её свойства. Физический смысл дивергенции векторного поля.
54. Понятие соленоидального поля. Основные свойства соленоидального поля.
55. Работа силового поля. Циркуляция векторного поля. Теорема Стокса.
56. Ротор векторного поля и его свойства. Потенциальное поле, его свойства. Условие потенциальности.
57. Основные понятия об обыкновенных дифференциальных уравнениях. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
58. Основные типы дифференциальных уравнений первого порядка: с разделяющимися переменными, однородные, линейные дифференциальные уравнения, дифференциальные уравнения Бернулли, дифференциальные уравнения в полных дифференциалах и алгоритмы их решения. Приложения дифференциальных уравнений первого порядка.
59. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Понятие о краевых задачах для дифференциальных уравнений. Основные методы понижения порядка дифференциальных уравнений.
60. Однородные линейные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения. Понятие общего решения. Определитель Вронского. Формула Лиувилля-Остроградского.
61. Метод вариации неопределенных коэффициентов решения неоднородных линейных дифференциальных уравнений.
62. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Дифференциальные уравнения с правой частью специального вида.
63. Системы дифференциальных уравнений. Решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

### **Критерии и шкала оценивания по оценочному средству промежуточный контроль (письменный экзамен)**

Шкала оценивания (интервал баллов)	Критерий оценивания
отлично (55-60)	Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (43-54)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно	Студент знает только основной программный материал,

(30-42)	допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (0-29)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач.